Dunakavics

A Dunaújvárosi Egyetem online folyóirata 2025. XIII. évfolyam III. szám

Műszaki-, Informatikai és Társadalomtudományok

Válogatás a Dunaújvárosi Egyetemen 2024-ben tartott Tudományos Konferencia *Informatikatudományi* szekció előadásaiból III.

Az írások szerzői:

Bognár László
Farkas Imre
Kocsó Edina
Nagy Bálint
Papp Zoltán
Puha Erik
Tóbel Imre
Váraljai Mariann

Dunakavics

A Dunaújvárosi Egyetem online folyóirata 2025. XIII. évfolyam III. szám

Műszaki-, Informatikai és Társadalomtudományok

Megjelelenik évente 12 alkalommal

Felelős szerkesztő: Németh István

Szerkesztők: Falus Orsolya, Halmai Nóra, Kőkuti Tamás, Varga Anita

Tördelés: Duma Attila

Szerkesztőség és a kiadó címe: 2400 Dunaújváros, Táncsics M. u. 1/a.

Kiadja DUE Press, a Dunaújvárosi Egyetem kiadója
Felelős kiadó Dr. habil András István, rektor

http://dunakavics.uniduna.hu/
ISSN 2064-5007

Tartalom

BOGNÁR LÁSZLÓ *

Így szoktuk elrontani az oktatási felméréseinket a statisztikai elemzéseknél és az azokból levont következtetéseknél

* *Dunaújvárosi Egyetem, Informatikai Intézet, Matematika és Számítástudományi Tanszék*
Email: bognarl@uniduna.hu

Összefoglalás: Az oktatási felmérések statisztikai elemzése során számos lehetőségünk van arra, hogy hibát kövessünk el és téves következtetéseket vonjunk le – és sokszor élünk is ezekkel a lehetőségekkel. Ez a cikk a leggyakoribb hibákat tárgyalja, amelyeket elkövethetünk, miközben azt gondoljuk, hogy pontos elemzéseket végzünk. Bemutatja a tervezett kísérletek és a megfigyeléses adatok közötti különbségeket, valamint a legkedveltebb statisztikai módszerek – mint a t-próba, ANOVA, korreláció, regresszió és khi-négyzet-próba – alkalmazásánál elkövetett tipikus hibákat. Kiemelt figyelmet fordítunk a statisztikai feltételezések ellenőrzésére, a normalitás vizsgálatára, a függetlenég vizsgálatára, és az adatok megbízhatóságára, mert ahogy mondani szokták: a statisztika nem hazudik, de miért ne segítenénk neki egy kicsit.
Kulcsszavak: Oktatási felmérések; statisztikai elemzések; statisztikai hibák; tervezett kísérletek; megfigyeléses adatok; t-próba; ANOVA; korreláció; regresszió; khi-négyzet-próba; normalitásvizsgálat; függetlenségvizsgálat.

Bevezetés

Ha már valahogyan túlvergődtünk a kérdések megfogalmazásán, a résztvevők kiválasztásán, és eddig nem követtünk el nagy hibát, akkor már csak a következtető statisztikai elemzések tengernyi lehetősége, feltételei és korlátjai között kell eligazodnunk.

Nem vállalkozom arra, hogy az oktatási felmérésekben alkalmazott módszerek mindegyikénél részletezzem az elkövetett matematikai jellegű hibákat, hiszen az alkalmazott módszerek tárháza rendkívül széles. Csak a leggyakrabban használt módszerekről lesz szó. A bonyolultabb matematikai elemzéseket hagyjuk meg a statisztikusoknak.

Leginkább a koncepcionális hibákról beszélek – arról, amikor rossz módszereket alkalmazunk, vagy annak ellenére vonunk le következtetéseket, hogy nem biztosítottuk az adott módszer alkalmazhatóságának a feltételeit.

Tervezett kísérletek kontra megfigyeléses adatok

A tervezett oktatási kísérletek során szándékosan manipulálunk bizonyos körülményeket, például különböző oktatási módszereket vagy eszközöket alkalmazunk, hogy megfigyelhessük, hogyan hatnak ezek a hallgatói teljesítményre vagy egyéb kimenetelekre. Ilyenkor ellenőrzésünk alatt tartjuk a beavatkozást, és különböző csoportokat hasonlítunk össze, hogy megbízható ok-okozati következtetéseket vonhassunk le.

Ezzel szemben, ha megfigyeléses adatokkal dolgozunk, egyszerűen feljegyezzük, mi történt a természetes oktatási környezetben, anélkül, hogy szándékosan beavatkoznánk. Bár ezek az adatok is hasznosak lehetnek, sokkal óvatosabban kell kezelnünk őket, hiszen a különféle zavaró tényezők miatt nem tudunk biztosan ok-okozati összefüggéseket megállapítani. Ilyenkor az adataink együttállásáról lehet csak beszélni.

Ok-okozati összefüggések feltárása tervezett kísérletekből

Az egyik leggyakoribb hiba az ok-okozati összefüggések feltárásában, amikor csupán megfigyelt adatokból próbálunk ilyen következtetéseket levonni. A korreláció, azaz az adatok együttállása nem bizonyítja, hogy az egyik változó értékének a változása okozza a másik változó értékének a változását. Az ok-okozati kapcsolat csak speciálisan megtervezett kísérletekből, randomizált, kontrollált vizsgálatokból vonható le, ahol kizárhatók a zavaró tényezők.

Egy jó példa a tervezett kísérletre:

Azt szeretnénk vizsgálni, hogy a ChatGPT használatának engedélyezése javítja-e a vizsgaeredményeket egy adott tantárgy adott félévében. Ehhez randomizált, kontrollált kísérletet tervezünk.

A hallgatókat véletlenszerűen két csoportra osztjuk, tankörtől függetlenül. A kísérleti beavatkozás (a ChatGPT használata) csak az újonnan létrehozott csoportokra vonatkozik, ezekkel a csoportokkal dolgozunk a kísérlet során.

Az első csoportnak (kísérleti csoport) engedélyezzük a ChatGPT használatát az órákon és a házi feladatok elkészítésekor, míg a második csoportnak (kontrollcsoport) nem. Fontos, hogy a vizsgákon és a

ZH-kon egyik csoport sem használhatja a ChatGPT-t – ezeknél a megmérettetéseknél minden hallgatónak a saját tudására kell támaszkodnia. Mindkét csoportot ugyanaz a tanár tanítja, ugyanazon tananyagon dolgozik, és ugyanazokat a feladatokat kapja az órákon és a vizsgákon is. Az egyetlen különbség, hogy a kísérleti csoport szabadon használhatja a ChatGPT-t az anyag feldolgozására az órákon és a házi feladatok megoldására. A félév végén összehasonlítjuk a két csoport vizsgaeredményeit, hogy megvizsgáljuk, volt-e hatása a ChatGPT használatának az órákon. A véletlenszerű hozzárendelés biztosítja, hogy a csoportok között ne legyenek szisztematikus különbségek, így, ha az eredmények eltérnek, az a ChatGPT használatának tulajdonítható.

Hogyan lehet ezt a kísérletet elrontani?
Sokféleképpen. Itt van néhány példa:

Önkéntes csoport választás: Ha a diákokat nem véletlenszerűen osztjuk be a kísérleti és a kontrollcsoportokba, hanem hagyjuk, hogy maguk válasszanak, ez súlyos torzítást okozhat, mert azok a diákok, akik önként választják a ChatGPT használatát, valószínűleg motiváltabbak, jobban érdeklődnek a technológia iránt, vagy eleve jobb tanulmányi eredményekkel rendelkeznek. Ez azt eredményezi, hogy az eltérések a vizsgaeredményekben nem feltétlenül a ChatGPT hatását tükrözik, hanem inkább a diákok motivációjának, érdeklődésének vagy előzetes tudásának különbségeiből adódhatnak.

Nem ugyanaz a tanár, tananyag vagy vizsgakörnyezet: Ha a csoportok nem azonos tananyagot kapnak, vagy nem azonos tanár tanítja őket, vagy eltérő vizsgakörnyezetben teljesítenek, az eredményeket ezek a zavaró tényezők torzíthatják.

Évfolyamok vagy egyéb rétegek keverése a csoportokban: Ha a csoportokat úgy osztjuk be, hogy elsőéves és felsőbb évfolyamos hallgatókat keverünk, az eredmények torzulhatnak az eltérő tapasztalati szint miatt. A felsőbb éves hallgatók, akik már több tapasztalattal rendelkeznek, valószínűleg jobban tudják kihasználni a ChatGPT-t, mint az elsőévesek, akik még csak most ismerkednek a felsőoktatási követelményekkel. Ez azt eredményezheti, hogy a teljesítménybeli különbségek nem csak a ChatGPT használatából, hanem az évfolyamok közötti különbségekből is adódnak.

Tantárgyak közötti különbségek figyelmen kívül hagyása: Ha a ChatGPT használatát különböző tantárgyak hallgatói között vizsgáljuk anélkül, hogy ezt megfelelően kontrollálnánk, az eredmények torzulhatnak. Bizonyos tantárgyak, mint például az informatika, nagyobb mértékben profitálhatnak a ChatGPT használatából, míg más tantárgyak, például a művészetek, kevésbé. Ha a csoportok tantárgyi összetétele eltér, akkor az eredmények nem csak a ChatGPT használatát, hanem a tantárgyi különbségeket is tükrözni fogják.

Összefüggések vizsgálata a megfigyelt adatokból

Megfigyelésből származó adatok esetén, ha ok-okozati összefüggéseket nem is, de sokféle egyéb hasznos vizsgálatot végezhetünk. A megfigyelt adataink jelentik a mintát, és természetesen itt sem egyszerűen a mintában látható összefüggéseket akarjuk csak leírni (ez a leíró statisztika dolga), hanem a minta mögötti hallgatói sokaságra vonatkozó összefüggéseket, relációkat szeretnénk találni.

Az alkalmazott statisztikai módszerek mind a tervezett kísérleteknél, mind a megfigyelt adatok elemzésénél ugyanazok lehetnek, de a következtetéseink alapvetően különbeznek, hiszen az egyiknél ok-okozati összefüggéseket tárhatunk fel, míg a másiknál csak az adatok csoportjainak jellegzetességeiről, azok relációjáról, kapcsolataik szorosságáról, az együttállási tendenciákról győződhetünk meg.

A leggyakoribb elemzési feladatok és a hozzájuk tartozó statisztikai módszerek

Egy vagy többmintás összehasonlítások

Az egy- és többmintás összehasonlítások olyan statisztikai módszerek, amelyek segítségével különböző csoportok vagy egy csoport különböző időpontbéli adatait tudjuk összehasonlítani. Ezek a módszerek alapvetően arra szolgálnak, hogy megvizsgáljuk, van-e statisztikailag szignifikáns különbség a csoportok valamilyen jellemzője között. (A szignifikáns különbségről később beszélünk.)

– *Egymintás t-próba:*
Az egymintás t-próbát akkor használjuk, ha egy csoport átlagát szeretnénk összehasonlítani egy ismert populációs átlaggal. Például, ha tudjuk, hogy az egyetemi hallgatók országos átlagpontszáma egy adott teszten 70 pont, akkor ezt az átlagot összehasonlíthatjuk egy helyi egyetem hallgatóinak tesztátlagával, hogy megtudjuk, szignifikánsan eltér-e az országos átlagtól.

– *Kétmintás t-próba:*
A kétmintás t-próba két független csoport átlagainak összehasonlítására szolgál. Ez hasznos, ha például azt szeretnénk vizsgálni, hogy a ChatGPT-t használó hallgatók és a nem használók vizsgaeredményei között van-e különbség. A két csoport független egymástól, és a módszer megmutatja, hogy az átlagos teljesítmények eltérnek-e olyan mértékben, amire azt mondhatjuk, hogy ez statisztikailag szignifikáns.

– *Páros t-próba:*
A páros t-próbát akkor használjuk, ha ugyanannak a csoportnak minden tagját kétszer mérjük meg, például egy beavatkozás előtt és után. Ez hasznos, ha azt szeretnénk vizsgálni, hogy ugyanazon hallgatók eredményei változtak-e, miután egy új oktatási eszközt (pl. ChatGPT) bevezettünk.

– *ANOVA (varianciaanalízis):*
Az ANOVA akkor jön jól, ha több mint két csoportot szeretnénk összehasonlítani. Például, ha három különböző tanulási módszert (hagyományos oktatás, ChatGPT-használata, egyéb technológiai eszközök használata) szeretnénk összehasonlítani, az ANOVA segít megvizsgálni, hogy van-e szignifikáns különbség a csoportok átlagos teljesítményei között.

Korreláció

A korrelációszámítás az a statisztikai módszer, amely két változó közötti kapcsolat (vagy együttjárás) mértékét méri. Arra használjuk, hogy megállapítsuk, van-e lineáris kapcsolat két változó között, és ha van, milyen irányú és erősségű ez a kapcsolat. A korrelációs együttható az értékét tekintve -1 és +1 között mozog.

Egy vagy többváltozós regresszió

A regresszió egy olyan statisztikai módszer, amelynek a segítségével megvizsgálhatjuk egy vagy több független változó (prediktorok) kapcsolatát egy függő változóval (kimeneti változó, válasz változó). Oktatási kutatásokban a regressziót gyakran használjuk arra, hogy feltárjuk, milyen tényezők befolyásolhatják például a hallgatók teljesítményét, vagy hogy megbecsüljük, mennyire hatékony egy oktatási beavatkozás A lineáris regresszió a regresszió legegyszerűbb formája, ahol feltételezzük, hogy a függő és független változók közötti kapcsolat lineáris. Fontos azonban, hogy megfigyeléses adatok esetén a regresszió csak a változók közötti kapcsolatot mutatja meg, de nem bizonyít ok-okozati összefüggést.

Regresszió kontrollváltozókkal

A regresszió kontrollváltozókkal egy továbbfejlesztett elemzési technika, amely lehetővé teszi, hogy egy adott független változó hatását tisztábban vizsgáljuk a függő változóra, miközben más, zavaró tényezők (kontrollváltozók) hatását kiszűrjük. Ezek a kontrollváltozók olyan tényezők, amelyekről tudjuk, hogy befolyásolhatják a függő változót, de nem közvetlenül érdekelnek minket a jelenlegi kutatásban. Például, ha azt vizsgáljuk, hogy a ChatGPT használata javítja-e a hallgatók vizsgaeredményeit, a kontrollváltozók között lehet a hallgatók előzetes tudása, motivációja vagy akár az évfolyam, amelyre járnak.

A kontrollváltozók beépítése a regressziós modellbe segít elkülöníteni a vizsgált független változó (pl. ChatGPT-használat) hatását a zavaró tényezőktől, így pontosabb eredményeket kapunk.

Két vagy több kategoriális változó közötti függetlenség vizsgálata khi-négyzet-próbával

A khi-négyzet-próba a különböző kategóriákhoz tartozó megfigyelt és várható gyakoriságok különbségét vizsgálja. A megfigyelt gyakoriságok a különböző kategóriákban megfigyelt adatok számát jelenti. Ezeket hasonlítjuk össze azokkal a gyakoriságokkal, amelyeket akkor várnánk, ha a kategoriális változókról tudnánk, hogy függetlenek egymástól. Ha az eltérések jelentősen nagyobbak, mint amit csak a véletlenszerűség miatt várnánk, akkor a khi-négyzet értéke magas lesz, valószínűleg szignifikáns kapcsolat áll fenn a változók között.

Egy alkalmazási példa lehet, amikor azt szeretnénk vizsgálni, hogy van-e kapcsolat a hallgatók órákon való részvétele és a vizsgán elért eredményeik között. A kérdés az, hogy a rendszeresen órákra járó hallgatók eredményei szignifikánsan jobbak-e, mint azokéi, akik ritkábban járnak órákra vagy ez a két dolog független egymástól.

A statisztikai elemzések, következtetések

Lehetőségek az elemzések elrontására, mielőtt még hozzákezdenénk az elemzésekhez

Mielőtt ténylegesen nekikezdenénk az adatok elemzésének, már számos lehetőség kínálkozik arra, hogy elronthassuk az elemzést, ha nem fordítunk kellő figyelmet a kezdeti lépésekre. Ezek közé tartozik a szélsőséges értékek (outlierek) és a gyanús értékek kiszűrésének helyes elvégzése, valamint a kérdőív megbízhatóságának ismételt ellenőrzése, most már a beérkezett válaszok tükrében. Mindkét területen elkövetett hibák könnyen vezethetnek félrevezető eredményekhez és helytelen következtetésekhez.

A szélsőséges értékek kiszűrése

Az outlierek, vagyis szélsőséges értékek, azok az adatok, amelyek lényegesen eltérnek a többi adattól, és jelentős torzítást okozhatnak az elemzés során. Ezeket kiemelt figyelemmel kell kezelni, mert befolyásolhatják az összesített statisztikai mutatókat. Az átlag például jelentősen eltérhet a valós középértéktől, ha egy-két szélsőséges adat hatása érvényesül.

Fontos megjegyezni, hogy nem minden outlier hibás adat. Előfordulhat, hogy egy szélsőséges érték valós választ tükröz, esetleg valami érdekes vagy rendkívüli körülményhez tartozik.

Ezért az outlierek kiszűrésekor nemcsak automatikusan távolítjuk el őket, hanem ha lehetőségünk van rá, elemeznünk kell, hogy valóban hibás adatokról van-e szó, vagy éppen egy ritka körülmény áll fenn. Az outlierek szűréséhez használjunk megbízható statisztikai módszereket (például z-score vagy box-plot módszert), majd gondosan mérlegeljük, hogy mely adatokat töröljük. Az outlierek eltávolítását alaposan dokumentálni kell, hogy később visszakereshető legyen, miért történt meg a kizárás, és hogy az elemzés milyen mértékben változott ennek hatására. A túlzott outlierszűrés probléma lehet. Ha túl sok adatot zárunk ki, az elemzésünk veszít a megbízhatóságából és általánosíthatóságából, hiszen csökkentjük a minta méretét, ami hatással van az eredményekre.

A gyanúsan válaszolók kiszűrése

Fontos, hogy kiszűrjük azokat a válaszokat is, amelyekből arra lehet következtetni, hogy a válaszadók nem vették komolyan a kitöltést, vagy mechanikusan válaszoltak.

Ha egy válaszadó minden kérdésre ugyanazt a választ adja, az arra utalhat, hogy nem figyelmesen töltötte ki a kérdőívet, és a válaszai nem megbízhatók. Ilyen válaszok esetén a válaszok szórása nulla, ami az egyik leggyakoribb jele a nem megbízható válaszadási mintázatnak.

Ha a válaszadó túl gyorsan tölti ki a kérdőívet (pl. jóval kevesebb idő alatt, mint amennyi az ésszerű kitöltéshez szükséges), akkor feltételezhető, hogy nem adott átgondolt válaszokat. Az ilyen válaszok is torzíthatják az elemzés eredményeit.

Ha a válaszadó válaszai között nagy következetlenségek vannak (például ellentmondásos válaszok a különböző kérdéseknél), az arra utalhat, hogy nem figyelmesen válaszolt.

Ezt például úgy lehet észlelni, hogy összehasonlítjuk az egyes kérdésekre adott válaszokat és figyeljük, hogy azok logikailag összhangban vannak-e egymással.

A kérdőív megbízhatóságának vizsgálata a beérkezett válaszok tükrében

A kérdőív megbízhatóságának (reliability) vizsgálata nélkülözhetetlen lépés az adatgyűjtés után. Ez biztosítja, hogy a kérdőív következetesen mérje azokat a fogalmakat, azokat a kutatási kérdéseket, amelyeket mérni szeretnénk. A Cronbach-alfa a leggyakrabban használt mérőszám, amely azt mutatja meg, hogy a kérdőívben szereplő kérdések mennyire vannak összhangban egymással. Az általánosan használt kritérium, hogy ennek az értéke 0.7-nél nagyobb legyen.

Hogyan ronthatjuk el a Cronbach-alfa számítását?

– Például úgy, hogy egész kérdőívre, az összes kérdésre együtt nézzük a Cronbach-alfa értéket, ahelyett, hogy az egyes kutatási kérdésekhez kapcsolódó kisebb kérdéscsoportokat külön vizsgálnánk.

A Cronbach-alfa értékének specialitása, hogy minél több kérdést tartalmaz egy kérdéscsoport, annál nagyobb az alfa értéke, ami miatt könnyen téves következtetéseket vonhatunk le. Ha az egész kérdőívre számolunk alfa értéket, lehet, hogy úgy tűnik, a kérdőív megbízható, miközben az egyes kérdéscsoportokon belül nem kapunk következetes eredményeket.

A helyes megközelítés:
– Minden egyes kutatási kérdéshez tartozó kérdéscsoportnál külön kell ellenőrizni a megbízhatóságot. Ha az adott kérdéscsoport Cronbach-alfa értéke magas (általában 0,7 felett), akkor azt mondhatjuk, hogy az adott kérdéscsoport belső konzisztenciája jó.

A túl alacsony Cronbach-alfa érték kezelése:
– Ha egy adott kérdéscsoport Cronbach-alfa értéke túl alacsony, nem feltétlenül kell az egész kérdéscsoportot kidobni. Első lépésként érdemes megvizsgálni, hogy egyes kérdések hozzájárulnak-e az alacsony értékhez. Egy vagy több olyan kérdést is találhatunk, amelyek nem illeszkednek jól a többihez, és ezek eltávolításával javítható a megbízhatóság.

Hipotézisvizsgálatok. Mit is jelent a szignifikáns különbség?

A statisztikai elemzések célja, hogy segítsenek nekünk bizonyos döntéseket meghozni. Ennek a leggyakoribb módszere az úgynevezett hipotézisvizsgálat. Igyekszem konyhanyelven összefoglalni, hogyan is működik a döntési mechanizmus.

Hipotézisvizsgálatok

1. A döntések, amiket szeretnénk meghozni, soha nem a kiválasztott mintákra vonatkoznak, hanem azokra a sokaságokra, amikből a mintákat vettük. Úgy is mondhatnánk, hogy azokra a sokaságokra, amelyekre a minták alapján általánosíthatunk. Szóval, ha rosszul határoztuk meg, hogy egy minta alapján melyik sokaságra általánosíthatjuk a döntésünket, akkor azon a legprecízebb hipotézisvizsgálat sem segít.
2. Egy hipotézisvizsgálatnál az eldöntendő kérdések általában ilyenek: *Történt változás az eredetihez képest? Van különbség a kettő között? Különbözik legalább egy a többitől? Van összefüggés ezek között?* (Ezek a kérdések mindig a sokaságnak valamilyen jellemzőjére vonatkoznak, nem a mintáéra.)

3. Általában akkor nyugodnánk meg, akkor lennénk elégedettek, ha azt kapnánk ezekre a kérdésekre válaszul, hogy: *Igen, történt változás. Igen, van különbség. Igen legalább az egyik különbözik. Igen, van összefüggés.* Persze az igazi elégedettségünkhöz még az is kell, hogy az elemzés azt mutassa, hogy ezekben az igen válaszokban nagy bizonyossággal hihetünk, az elemzések nagyon meggyőző bizonyítékot szolgáltatnak erre. Szóval csak ilyenkor hisszük el ezeket az igen válaszokat.
4. A döntési módszer a következő:
   - Tételezzük, fel, hogy: *Nem, nincs itt változás. Nem, nincs különbség a kettő között. Nem, nincs egy sem, amelyik különbözne. Nem, nincs itt összefüggés, ezek függetlenek.* **Egy ilyen feltételezés a nullhipotézis.**
   - Ezután az elemzés során kiszámítjuk, hogy mekkora annak a valószínűsége, hogy ha igaz a nullhipotézisünk (ami, ne felejtsük el, mindig a sokaság valamilyen jellemzőjére vonatkozik), akkor egy ilyen, a nullhipotézisnek megfelelő sokaságból egy véletlen mintavétel során pont olyan mintát kapjunk, mint amilyet éppen kaptunk. **Ez a valószínűség a P-érték.** Abban reménykedünk, hogy ez a valószínűségi érték kicsi (általában 5%-nál kisebb), mert akkor joggal gondolhatjuk, hogy a mi mintánk extrém módon eltér attól, amit várnánk a nullhipotézis fennállása esetén, szóval, valószínűleg ez azért van, mert nem is igaz az, amit a nullhipotézisben feltételeztünk. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a feltételezett érték és a tényleges érték között **statisztikailg szignifikáns különbség** van, és inkább elfogadjuk az igenlő válaszokat, amiket **alternatív (vagy kutatási) hipotéziseknek** szoktunk hívni.

A szignifikáns különbség illúziója

A P-érték kiszámítása algoritmusának az a sajátossága, hogy minél nagyobb elemszámú mintából számítjuk ki, annál kisebb P-értéket kapunk. Ez azt jelenti, hogy ha nagy elemszámú (100–1000 fős) mintával dolgozunk, ami a kérdőíves kutatásoknál gyakran előfordul, akkor egészen kicsi eltérés esetén is statisztikailag szignifikáns különbséget kapunk, holott ez a különbség a számunkra a gyakorlatban lehet, hogy érdektelen. Például, ha egy adott tantárgyhoz tartozó vizsgaeredményeket hasonlítunk össze a nők és a férfiak között, akkor egy 500 fős mintából a 4.23-as férfi átlag és a 4.24-es női átlag között is statisztikailag szignifikáns különbséget mutathatunk ki, de ez a különbség olyan kicsi, hogy nem igazán érdekel bennünket. Ezért aztán a statisztikailag szignifikáns különbséges esetén is mindig meg kell nézni, hogy ez a gyakorlatban is szignifikáns különbséget jelent-e a számunkra.

A leggyakrabban elkövetett hibák az egyes statisztikai módszereknél

A teljesség kedvéért ejtsünk szót arról, hogy milyen tipikus hibákat szoktunk elkövetni az egyes statisztikai vizsgálatoknál, a szoftveres elemzéseknél.

– Egy- és kétmintás t-próba, páros t-próba:

Nem megfelelő feltételezések teljesítése: A t-próba egyik legfontosabb feltétele, hogy a sokaság, amelyből a mintát vettük, normális eloszlású. Gyakori hiba, hogy ezt a normalitási feltételt nem ellenőrizzük.

A normalitást vizsgálni kell. Ezt Anderson–Darling-teszttel, Shapiro–Wilk vagy Kolmogorov–Smirnov-tesztekkel lehet ellenőrizni. Ha kiderül, hogy az adatok nem normális eloszlásból származnak, nem-paraméteres módszereket, például a Mann–Whitney U-tesztet kell alkalmazni, amely nem igényli a normális sokasági eloszlást.

Likert-skálás adatok kezelése: Az oktatási felmérésekben gyakran használt Likert-skálák (pl. 1–5 vagy 1–7 közötti értékelések) alapvetően ordinális skálák. Bár ezek a skálák nem folytonos adatokat eredményeznek, sokszor mégis t-próbát alkalmazunk rájuk, ami különösen kis elemszámú minták esetében okozhat nagyobb hibákat.

Ha Likert-skálás adataink vannak, és a mintaméret kicsi, érdemes nem-paraméteres teszteket, például Wilcoxon-rangsoros próbát alkalmazni, mivel ez jobban illeszkedik az ordinális adatok természetéhez. Ha a minta elegendően nagy, a t-próba is alkalmazható, mivel a centrális határeloszlás-tétel ilyenkor érvényesülhet.

Kétmintás t-próbánál a varianciák azonosságának figyelmen kívül hagyása: A kétmintás t-próba egy fontos feltétele, hogy a két minta mögötti sokaságok varianciája megegyezzen. Ha a varianciák különböznek (heteroszkedaszticitás), akkor a t-próba eredményei torzulhatnak.

A varianciák egyenlőségét Levene-teszttel érdemes ellenőrizni. Ha a varianciák eltérnek, akkor a t-próba egy olyan változatát kell használni, amely nem feltételezi a varianciák azonosságát, mint például a Welch-féle t-próba.

A függetlenség feltételezésének megsértése: A kétmintás t-próba feltételezi, hogy a két minta független egymástól. Ez gyakran hibás feltételezés lehet, ha például ugyanazok a résztvevők szerepelnek két különböző mérésben, vagy ha valamilyen kapcsolat van a két minta között.

Ha a minták között valamilyen kapcsolat van (pl. ugyanazok a hallgatók szerepelnek két mérésben), célszerűbb párosított t-próbát alkalmazni, amely figyelembe veszi a mérések közötti összefüggéseket, és pontosabb eredményt ad.

– ANOVA (varianciaanalízis):

A normális eloszlás feltételének figyelmen kívül hagyása: Az ANOVA egyik alapvető előfeltétele, hogy a sokaságok, amelyből a csoportok mintái származnak, normális eloszlásúak. Gyakran előfordul, hogy ezt a feltételt nem vizsgáljuk meg, különösen kisebb minták esetében okoz nagy hibákat.

Ha az adatok nem követik a normális eloszlást, érdemes nem-paraméteres alternatívákat használni, mint például a Kruskal–Wallis-teszt.

A csoportok varianciáinak egyenlősége (homoszkedaszticitás): Az ANOVA feltételezi, hogy a minták mögötti sokaságok varianciái azonosak (homogének). Ha ez az előfeltétel nem teljesül, a teszt eredményei megbízhatatlanok lesznek, mivel az ANOVA túlérzékeny a heteroszkedaszticitásra.

A varianciák azonosságát Levene-teszttel vagy Bartlett-teszttel ellenőrizhetjük. Ha a varianciák különböznek, érdemes a Welch-féle ANOVA-t használni, amely nem érzékeny a varianciák különbségére.

Túl sok csoport összehasonlítása post hoc teszt nélkül: Az ANOVA csak azt mutatja meg, hogy van-e statisztikailag szignifikáns különbség a csoportok között, de nem mondja meg, hogy pontosan mely csoportok különböznek egymástól.

Gyakori hiba, hogy a kutatók elfelejtik elvégezni a post hoc-teszteket, amelyek lehetővé teszik a páros összehasonlításokat a csoportok között.

Ha az ANOVA szignifikáns eredményt mutat, mindig post hoc-teszteket kell alkalmazni (például Tukey-tesztet), hogy pontosan megállapítsuk, mely csoportok között van különbség.

ANOVA alkalmazása ismételt méréses adatokra: Az ANOVA feltételezi, hogy a csoportok függetlenek egymástól. Ha ismételt mérésekkel dolgozunk, vagyis ugyanazokat a résztvevőket mérjük több időpontban vagy körülmény között, az adatok nem függetlenek, és az egyszerű ANOVA nem ad megbízható eredményt.

Ilyenkor ismételt méréses ANOVA-t (Repeated Measures ANOVA) kell használni, amely figyelembe veszi, hogy ugyanazok az alanyok szerepelnek több mérésben.

Csoportméretek nagy különbsége: Az ANOVA feltételezi, hogy a csoportok méretei hasonlóak. Ha az egyik csoport sokkal nagyobb vagy kisebb mint a többi, az torzíthatja az eredményeket és csökkentheti a teszt statisztikai erejét.

Bár az ANOVA tolerál bizonyos mértékű csoportméret-különbséget, ha a csoportok méretei nagyon eltérnek, érdemes kiegyenlíteni a mintákat, vagy alternatív tesztet alkalmazni, mint a Generalized Linear Model (GLM).

– Korreláció:

Ok-okozati összefüggés feltételezése: Az egyik leggyakoribb hiba, hogy a korrelációból ok-okozati összefüggést vonunk le. A korreláció csak azt mutatja meg, hogy két változó között van valamilyen statisztikai kapcsolat, de nem jelzi, hogy az egyik változó okozza-e a másik változót.
Korreláció kiszámítása nem lineáris összefüggésekre: A Pearson-féle korrelációs együttható csak lineáris kapcsolatot mér a változók között. Ha a kapcsolat nem lineáris (például U-alakú), akkor a Pearson-korreláció nem lesz képes megfelelően jellemezni a kapcsolatot, és hamis következtetéseket vonhatunk le arról, hogy nincs kapcsolat a változók között.

Mielőtt elvégeznénk a Pearson-féle korrelációt, grafikus ábrázolással (pl. szóródásábrával, scattergrammal) meg kell vizsgálni a változók közötti kapcsolat természetét. Ha a kapcsolat nem lineárisnak tűnik, akkor érdemes nem-paraméteres korrelációs módszert használni, mint például a Spearman-féle rangkorreláció.

Túlságosan kis minta használata: A korrelációs elemzés eredményei különösen érzékenyek a mintanagyságra. Kismintás esetben a korrelációs-együttható megbízhatatlan lehet, mivel egy-két kiugró érték erősen befolyásolhatja az eredményt, és a véletlenszerű együttmozgás is könnyen félrevezető eredményt adhat.

Törekedjünk arra, hogy megfelelően nagy mintát használjunk, és ha a minta kicsi, akkor érdemes a megbízhatóságot bootstrap módszerrel fokozni.

Outlierek figyelmen kívül hagyása: Az outlierek, vagyis szélsőséges értékek, komolyan befolyásolhatják a korrelációs együtthatót. Egyetlen kiugró adatpont torzíthatja a kapcsolat erősségét és irányát is, ezért fontos az outlierek azonosítása és kezelése az elemzés előtt.

– Egy és többváltozós regresszió:

Itt a hibák elkövetésének tárháza szinte végtelen. Ezt tényleg jobb, ha egy statisztikusra bízzuk. Csak a legtipikusabb hibákat említem.

Lineáris kapcsolat feltételezése, amikor az nem áll fenn: A regressziós elemzés során gyakran előfeltételezzük, hogy a függő és a független változók közötti kapcsolat lineáris. Azonban ez nem mindig igaz, és ha a kapcsolat nem lineáris, akkor a lineáris regresszió alkalmazása helytelen eredményekhez vezethet. Mielőtt alkalmaznánk a lineáris regressziót, grafikus ábrázolással kell megvizsgálni a változók közötti kapcsolatot. Ha a kapcsolat nem lineáris, akkor más módszerek, nem-lineáris modellek alkalmazása indokolt.

Túl sok független változó bevonása a modellbe (overfitting): A többváltozós regresszió esetében gyakori hiba, hogy túl sok független változót vonunk be a modellbe. Ez a modell túlzott illeszkedéséhez (overfitting) vezethet, ami azt jelenti, hogy a modell túl jól alkalmazkodik a mintához, de nem teljesít jól új adatok esetén.

A jó modell kiválasztásához használhatunk olyan módszereket, mint a lépésenkénti regresszió (Stepwise regression), vagy a legjobb részhalmaz szerinti regresszió (Best subset regression), amelyek segíthetnek minimalizálni a túlzott illeszkedés kockázatát.

Multikollinearitás figyelmen kívül hagyása: A többváltozós regresszió esetében a független változók közötti erős korreláció (multikollinearitás) problémát jelenthet, mivel torzítja a becsült regressziós együtthatókat, és nehezíti a változók hatásának megfelelő értelmezését. A multikollinearitás kimutatására használhatjuk a Variance Inflation Factor-t (VIF). Ha egy változó VIF értéke túl magas (általában 10 felett), az jelzi a multikollinearitást. Ilyenkor célszerű lehet eltávolítani egy vagy több erősen korreláló független változót, vagy módosítani a modellt.

Heteroszkedaszticitás figyelmen kívül hagyása: A regresszió egyik fontos feltétele, hogy a reziduumok (vagy maradékok), azaz a függő változó megfigyelt értékei és a modell által előrejelzett értékek közötti különbségek szórása állandó a megfigyelések során.

Ezt nevezzük homoszkedaszticitásnak. Ha azonban a reziduumok szórása nem állandó – vagyis a szórás az adatok különböző szakaszaiban eltér –, akkor ezt heteroszkedaszticitásnak nevezzük. Ez torzíthatja az eredményeket, mivel ilyenkor a modell egyes adatoknál pontosabb, míg más adatoknál kevésbé pontos lehet, ami csökkenti az elemzés megbízhatóságát és érvényességét.

A rezidumok grafikus ábrázolásával ellenőrizhetjük, hogy fennáll-e heteroszkedaszticitás. Ha heteroszkedaszticitás van jelen, akkor olyan regressziós modelleket kell használnunk, amelyek kezelik ezt a heteroszkedaszticitást.

Hiányzó változók problémája: Ha egy fontos változót kihagyunk a modellből, az úgynevezett hiányzó változó torzítást okozhat (Omitted variable bias), ami azt jelenti, hogy a többi változó becsült együtthatói torzak lesznek, mivel egy fontos magyarázó tényező nincs figyelembe véve.

Extrapoláció túl messzire: A regressziós modell által adott eredményeket gyakran túl messzire extrapoláljuk, olyan tartományokra, ahol nincsenek mintaadatok. Ez különösen veszélyes, mivel a modell nem biztos, hogy jól működik a vizsgált tartományon kívül. Csak a megfigyelt adatok tartományán belül szabad a regressziós modellt alkalmazni. Ha extrapolációra van szükség, először további adatokat kell gyűjteni a kérdéses tartományban.

– Khi-négyzet-próba:

Kis cellaszám figyelmen kívül hagyása: A cella a khi-négyzet-próbában a két vagy több kategoriális változó különböző kategóriáinak kombinációját jelenti. A cellában található érték a megfigyelt gyakoriságot mutatja, amely azt jelzi, hogy az adott kategóriakombinációban hány esetet figyeltünk meg.

Például, ha a „nem" (férfi/nő) és a „szak" (műszaki/természettudományos) kategoriális változókat vizsgáljuk, akkor egy cella a férfiak és a műszaki szakosok kombinációját jelenti, és a cellában lévő szám azt mutatja, hány férfi műszaki szakos hallgató van a mintában. Az egyik leggyakoribb hiba, hogy a táblázat egyes celláiban túl kevés megfigyelés található. A khi-négyzet-próba alapvető feltétele, hogy a várható gyakoriság minden cellában legalább 5 legyen. Ha ennél kisebb, akkor a próba eredménye megbízhatatlan lehet.

Ha a várható gyakoriságok túl alacsonyak, érdemes egyes kategóriákat összevonni, hogy növeljük a cellákban lévő értékeket. Alternatív megoldás lehet a Fisher-féle egzakt-próba használata, amely jobban működik kis minták esetén.

Összefüggés interpretálása függetlenség helyett: Gyakori hiba, hogy amikor a khi-négyzet-próba eredménye szignifikáns, akkor a kutatók összefüggést vagy ok-okozati kapcsolatot feltételeznek a változók között. A khi-négyzet-próba csak a függetlenséget vizsgálja, és nem mutatja meg, hogy a változók között valódi ok-okozati kapcsolat van-e.

Konklúzió

Az oktatási felmérésekben gyakran alkalmazott statisztikai elemzési módszerek helytelen használata számos hibalehetőséget kínál. Bár a statisztikai elemzés a megbízható következtetések levonásának elengedhetetlen eszköze, a módszerek alkalmazhatóságához szükséges feltételek hiánya, könnyen téves eredményekhez vezethet. A leggyakoribb hibák közé tartozik a normalitásvizsgálatok hiánya, a minták függetlenségének megsértése, illetve a különböző statisztikai próbák alkalmazása olyan szituációkban, amikor valami mást módszert kellene használni.

Emellett gyakran követünk el hibákat a megfigyeléses adatokból való ok-okozati következtetések levonásánál, mivel ezek az adatok sokszor nem biztosítják a zavaró tényezők megfelelő kontrollját.

A statisztikai elemzés szabályainak betartása, az alkalmazhatósági feltételek ellenőrzése, a megbízhatóság és érvényesség vizsgálata mind-mind fontosak ahhoz, hogy az eredmények valóban hasznos és pontos következtetésekhez vezessenek. Ha nem figyelünk ezekre, akkor az elemzés téves eredményekhez, és végül félrevezető döntésekhez vezethet.

Irodalom

Bognár L. (2019): *Statisztika Online.* https://www.statisztika-online.hu/

Cohen, J. (1988): *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd Ed.). New York: Lawrence Erlbaum Associates.

Field, A. (2018): *Discovering statistics using IBM SPSS statistics* (5th Ed.). London: Sage Publications.

Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J., Anderson, R. E.–Tatham, R. L. (2010): *Multivariate data analysis* (7th Ed.). New York: Pearson.

Howell, D. C. (2013): *Statistical methods for psychology* (8th Ed.). Wadsworth Cengage Learning.

Kovács E.–Nagy, J. (2015): *Statisztikai elemzések az oktatási kutatásokban: Módszertani áttekintés és gyakorlati példák.* Budapest: Akadémiai Kiadó.

Pallant, J. (2020): *SPSS survival manual* (7th Ed.). McGraw–Hill Education.

Tabachnick, B. G.–Fidell, L. S. (2019): *Using multivariate statistics* (7th Ed.). New York: Pearson.

Zalai E. (2018): *Statisztikai módszerek és alkalmazásaik.* Budapest: Typotex Kiadó.

NAGY BÁLINT*–KOCSÓ EDINA**

Matematikai modellektől a tanuláselemzésig

Összefoglalás: A matematikai modellezés alapvető módszertani eszköz, amelyet a természeti és társadalmi jelenségek mélyreható megértésére és elemzésére alkalmazunk. Az összetett rendszerek egyszerűsítése révén a matematikai modellezés lehetőséget nyújt arra, hogy a különféle változók közötti kapcsolatokat felfedezzük és a rendszer viselkedését előre jelezzük, így különösen hasznos olyan meglepőnek tűnő területeken, mint a tanuláselemzés.
Kulcsszavak: Matematikai modell, determinisztikus modell, tanuláselemzés.

Abstract: Mathematical modeling is a fundamental methodological tool employed for the in-depth understanding and analysis of natural and social phenomena. By simplifying complex systems, mathematical modeling facilitates the discovery of relationships between various variables and enables the prediction of system behavior. This approach proves particularly useful in seemingly unexpected fields, such as learning analytics.
Keywords: Mathematical model, deterministic model, learning analytics.

Bevezetés

A matematikai modellezés kulcsfontosságú eszköz a természeti és társadalmi jelenségek mélyebb megértéséhez. Lehetővé teszi számunkra, hogy összetett rendszereket egyszerűbb, matematikai formába öntsünk, így könnyebben azonosíthatjuk a változók közötti kapcsolatokat és előre jelezhetjük a rendszer viselkedését. A klímaváltozás vizsgálatától [1] kezdve a gazdasági folyamatok [2] elemzéséig, a matematikai modellek segítenek megérteni, hogyan alakul a világ körülöttünk. Emellett a mérnöki tudományokban [3] és az orvostudományban [4] is elengedhetetlenek az optimalizálási feladatok megoldásában és új technológiák kifejlesztésében.

* *Dunaújvárosi Egyetem, Informatikai Intézet; Budapesti Gazdasági Egyetem, Alkalmazott Kvantitatív Módszerek Tanszék; Óbudai Egyetem, Elektrofizikai Intézet, Természettudományi Tanszék*
E-mail: nagy.balint@uniduna.hu

** *Dunaújvárosi Egyetem, Tanárképző Központ; Pécsi Tudományegyetem, Oktatás és Társadalom Neveléstudományi Doktori Iskola*
E-mail: kocsoe@uniduna.hu

[1] Vallis, G. K. (1988): Conceptual models of El Niño and the southern oscillation. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 93., (11.), pp. 13979–13991.

[2] Bouali, S.–Buscarino, A.–Fortuna, L.–Frasca, M.–Gambuzza, L. V. (2012): Emulating complex business cycles by using an electronic analogue. *Nonlinear Analysis: Real World Applications,* 13., (6.), pp. 2459–2465.

[3] Joós, A. (2022): On packing of unequal squares in a rectangle. *Acta Polytechnica Hungarica,* 19., (1.).

[4] Olde Scheper, T.–Klinkenberg, D.–Pennartz, C.–Van Pelt, J. (1999): A mathematical model for the intracellular circadian rhythm generator. *Journal of Neuroscience,* 19., (1.), pp. 40–47.

A matematikai modelleket rendkívül sokféle formában alkalmazzák, és a modellezni kívánt rendszer jellegétől, a rendelkezésre álló adatok mennyiségétől és minőségétől, valamint a vizsgálat céljától függően különböző típusokat használnak. A megfelelő modell kiválasztása alapvetően meghatározza a vizsgálat sikerességét, hiszen a pontosság és a megbízhatóság szempontjából a rendszer komplexitását figyelembe véve kell dönteni.

A matematikai modellek alapvetően két nagy csoportba sorolhatók: statikus és dinamikus modellekre. A statikus modellek [5] egy adott pillanatban rögzített állapotot írnak le, ahol a változók értékei nem változnak az időben. Ezek a modellek például hasznosak lehetnek épületek statikai számításainál, termékek keresleti-kínálati viszonyainak elemzésekor vagy más olyan helyzetekben, ahol az időbeli változások nem relevánsak. A dinamikus modellek [6] ezzel szemben az időbeli változásokat is figyelembe veszik, és gyakran differenciálegyenletekkel írják le a folyamatokat. Ilyen modellekkel jellemezhetők például a fizikai rendszerek mozgásai [7], a populációdinamikai folyamatok [8], valamint a gazdasági növekedési modellek is [9]. A matematikai modellek másik osztályozása szerint a modell lehet determinisztikus és sztochasztikus. [10] A determinisztikus modellek esetében a kimenetek egyértelműen meghatározhatók a bemeneti adatok alapján, vagyis nincs véletlenszerűség a rendszer viselkedésében. Például egy egyszerű inga mozgása pontosan megjósolható, ha ismerjük a kezdeti feltételeket. Ezzel szemben a sztochasztikus modellek figyelembe veszik a véletlen eseményeket is, és valószínűségi változókkal, valamint statisztikai módszerekkel dolgoznak. [11] Ilyen modellek használatosak például a pénzfeldobás eredményének vagy a tőzsdei árfolyamok előrejelzésénél, ahol a véletlen tényezők is befolyásolják az eredményt.

Fontos különbséget tenni a diszkrét és a folytonos modellek között. [12]

[5] Demšar, I.–Bernik, R.–Duhovnik, J. (2012): A mathematical model and numerical simulation of the static stability of a tractor. *Agriculturae Conspectus Scientificus,* 77., (3.), pp. 143–150.

[6] Beran, B.–Kargi, F. (2005): A dynamic mathematical model for wastewater stabilization ponds. *Ecological modelling,* 181., (1.), pp. 39–57.

[7] Brodie, M. A.–Walmsley, A.–Page, W. (2008): Dynamic accuracy of inertial measurement units during simple pendulum motion. *Computer methods in biomechanics and biomedical engineering,* 11., (3.), pp. 235–242.

[8] Newman, K. B.–Buckland, S. T.–Morgan, B. J.–King, R.–Borchers, D. L.–Cole, D. J.–Thomas, L. (2014): Modelling population dynamics. *Modelling Population Dynamics: Model Formulation, Fitting and Assessment using State-Space Methods.* New York: Springer, pp. 169–195.

[9] Xepapadeas, A. (2005): Economic growth and the environment. *Handbook of environmental economics,* 3., pp. 1219–1271.

[10] Srivastava, R.–You, L.–Summers, J.–Yin, J. (2002): Stochastic vs. deterministic modeling of intracellular viral kinetics. *Journal of theoretical biology,* 218., (3.), pp. 309–321.

[11] Gonze, D.–Halloy, J.–Goldbeter, A. (2002): Deterministic versus stochastic models for circadian rhythms. *Journal of biological physics,* 28., pp. 637–653.

[12] Beckmann, M. (1952): A continuous model of transportation. Econometrica. *Journal of the Econometric Society,* pp. 643–660.

A diszkrét modellek olyan rendszereket írnak le, ahol a változók csak meghatározott értékeket vehetnek fel, például egész számokat. Ilyen lehet például egy közösségi hálózatban a barátságok száma vagy egy digitális kép pixeleinek intenzitása.

A folytonos modellek [13] ezzel szemben olyan rendszereket írnak le, ahol a változók tetszőleges értékeket vehetnek fel egy adott intervallumon belül, mint például egy hőmérséklet időbeli változása vagy egy folyadék áramlása egy csőben.

A matematikai modellek kiválasztása során figyelembe kell venni a vizsgált rendszer komplexitását, a rendelkezésre álló adatok mennyiségét és minőségét, valamint a modellezés célját. A megfelelő modell kiválasztása kulcsfontosságú a pontos és megbízható eredmények eléréséhez.

Számos konkrét matematikai modell is létezik, amelyek különböző célokra használhatók. Ilyen például a lineáris regresszió, amely egyszerű lineáris kapcsolatok modellezésére szolgál. A differenciálegyenletek olyan fizikai, kémiai és biológiai folyamatok leírására használhatók, mint például a rádióaktív bomlás vagy a populációnövekedés. Parciális differenciálegyenleteket alkalmazunk például hővezetési vagy áramlástani jelenségek modellezésére. Hálózati modellek segítségével kapcsolatok és áramlások modellezhetők, például közlekedési vagy szociális hálózatokban. A szimulációs modellek különösen hasznosak komplex rendszerek, például gazdasági vagy éghajlati folyamatok viselkedésének szimulálására, de az tanuláselemzési alkalmazások is jelentősek. [14, 15]

A matematikai modellezés tehát rendkívül sokoldalú eszköz, amely számos tudományterületen alkalmazható a jelenségek megértéséhez, előrejelzéséhez és optimalizálásához. A jövőben várhatóan még szélesebb körben fogják használni ezeket a módszereket, hiszen a komplex rendszerek egyre pontosabb és részletesebb megértéséhez elengedhetetlenek a fejlett matematikai modellek.

Determinisztikus modellekről

A determinisztikus modellek kulcsszerepet töltenek be a tudomány és a mérnöki gyakorlat számos területén. Ezek a modellek olyan rendszereket írnak le, amelyek viselkedését a kezdeti feltételek és a rendszer paraméterei egyértelműen meghatározzák, így nincs bennük véletlenszerűség. Ez azt jelenti, hogy ha ugyanazokkal a feltételekkel futtatunk egy determinisztikus modellt többször, minden alkalommal ugyanazt az eredményt kapjuk.

[13] Shieh, L. S.–Wang, H.–Yates, R. E. (1980): Discrete-continuous model conversion. *Applied Mathematical Modelling,* 4., (6.), pp. 449–455.

[14] Dæhlen, A.–Heldal, I.–Rehman, A.–Ali, Q.–Katona, J.–Kővári, A.–Costescu, C. (2024, June): Towards More Accurate Help: Informing Teachers how to Support NDD Children by Serious Games and Eye Tracking Technologies. In: *Proceedings of the 2024 Symposium on Eye Tracking Research and Applications.* pp. 1–7.

[15] Katonáné Gyönyörű, K. I. (2024): The Role of AI-based Adaptive Learning Systems in Digital Education. *Journal of Applied Technical and Educational Sciences,* 14., (2.), pp. 1–12.

A determinisztikus modellek jelentőségét több tényező is kiemeli. Először is, ezek a modellek lehetővé teszik, hogy rendkívül pontos előrejelzéseket készítsünk. Ha ismerjük a rendszer összes releváns paraméterét, akkor a modell segítségével pontosan meghatározhatjuk a rendszer jövőbeni viselkedését.

Ez különösen fontos olyan területeken, mint a fizika, ahol például egy bolygó pályájának kiszámítása a klasszikus mechanika törvényei alapján determinisztikus modellekkel történik. Másodszor, a determinisztikus modellek hozzájárulnak a rendszerek mélyebb megértéséhez. Ezek a modellek leegyszerűsített, matematikai formában írják le a valóságot, lehetővé téve, hogy azonosítsuk a legfontosabb összetevőket és azok közötti kapcsolatokat. Ezzel segítenek rávilágítani arra, hogyan működnek a rendszerek, és hogyan befolyásolják egymást a különböző tényezők.

A determinisztikus modellek gyakorlati előnyei közé tartozik az optimalizálás lehetősége is. Ezek a modellek segíthetnek meghatározni, hogy egy rendszer milyen paraméterekkel működhet a leghatékonyabban. Például egy mérnöki tervezés során használhatjuk őket arra, hogy kiszámítsuk egy szerkezet optimális szilárdságát vagy egy folyadékáramlás optimális feltételeit.

Ezen túlmenően, a determinisztikus modellek szimulációk során is hasznosak. Különböző forgatókönyveket szimulálva értékelhetjük a különböző döntések következményeit, anélkül, hogy valós kísérleteket kellene végrehajtanunk. Ez különösen hasznos a mérnöki tudományok területén, ahol a rendszerek viselkedésének előzetes vizsgálata létfontosságú lehet.

A fizikában a klasszikus mechanika törvényei alapján leírt mozgások, mint egy bolygó pályája, jól modellezhetők determinisztikusan. A mérnöki tudományokban szerkezetek szilárdságának számítása vagy folyadékáramlások szimulálása is ilyen modelleken alapul. A kémiában a reakciókinetikai modellek segítenek megjósolni a reakciók sebességét és kimenetelét, míg a gazdaságtanban egyszerű gazdasági modellek, mint a kínálat és kereslet viszonyának leírása, szintén determinisztikus módszerekkel történik.

Nem minden rendszer viselkedése írható le pontosan determinisztikus modellekkel. A valós világban gyakran előfordulnak véletlenszerű események, amelyeket ezek a modellek nem képesek kezelni. Ilyen esetekben sztochasztikus modellekre van szükség, amelyek a véletlen eseményeket is figyelembe veszik, és valószínűségi alapon dolgoznak.

Differenciálegyenletekről

Számos tudományágban a különböző jelenségek leírására és megértésére a differenciálegyenleteket mint a determinisztikus modellek legfontosabb eszközét alkalmazzák. Ennek egyik fő oka, hogy a differenciálegyenletek kiválóan alkalmasak időben változó rendszerek modellezésére. A differenciálegyenletek egyik erőssége, hogy lehetővé teszik egy rendszerben fellelhető összefüggések ok-okozati megértését.

Ezzel a módszerrel kifejezhetjük, hogyan függnek össze a rendszer különböző változói, ami mélyebb betekintést nyújt a rendszer működésébe. Például fizikában a Newton-törvényeket, differenciálegyenletekkel lehet felírni, amelyek világosan megmutatják, hogyan hatnak egymásra a különböző erők és mozgások.

A differenciálegyenletek precíz előrejelzéseket tesznek lehetővé. Ha ismerjük a megfelelő kezdeti feltételeket és paramétereket, akkor ezekkel az egyenletekkel pontosan megjósolhatjuk, hogyan fog viselkedni egy rendszer a jövőben. Az optimalizálási feladatok megoldásában is kulcsszerepük van, hiszen differenciálegyenletek segítségével meghatározhatjuk, hogy milyen paramétereket kell beállítani egy rendszerben ahhoz, hogy az a lehető leghatékonyabban működjön. Egy mérnöki rendszer tervezésekor ez elengedhetetlen a hatékonyság növeléséhez és a költségek minimalizálásához.

A differenciálegyenletek rendkívül sokoldalúan alkalmazható eszköznek bizonyulnak, mivel a fizikától kezdve a kémián és biológián, a közgazdaságtanon át egészen a mérnöki tudományokig számos tudományágban találunk alkalmazási példákat. A fizikában a korábban már említett Newton-törvények, a Maxwell-egyenletek és a Schrödinger-egyenlet mind differenciálegyenleteken alapulnak.

A kémiában a reakciókinetikai és diffúziós egyenletek, a biológiában pedig populációdinamikai és neurobiológiai modellek használják ezt a módszert. A mérnöki tudományokban hővezetési, áramlástani egyenletek és rezgőmozgások leírására használják, míg a közgazdaságtanban gazdasági növekedési modellek alapulnak differenciálegyenleteken.

A differenciálegyenletek legegyszerűbb típusát, a közönséges differenciálegyenleteket (KDE) rendkívül széles körben alkalmazzák, ezek számos tudományágban segítenek a különféle jelenségek modellezésében és megértésében. A KDE-k segítségével pontosan modellezhetők olyan folyamatok, ahol a változók időben folytonosan változnak. A KDE-k hatékonyan fejezik ki az ok-okozati összefüggéseket egy rendszerben, ezáltal pontos előrejelzéseket tesznek lehetővé. A KDE-k hatékonysága abban rejlik, hogy egy komplex rendszert egyetlen egyenlettel képesek kifejezni, amely koncentráltan tartalmazza a legfontosabb összefüggéseket. A differenciál-, és integrálszámítás eszköztára lehetőséget nyújt ezen egyenletek jelentős részének megoldására, de csak bizonyos típusú KDE-ket tudunk szimbolikusan megoldani. Csak speciális alakú, például lineáris vagy elválasztó változók módszerével megoldható egyenletet tudunk analitikus megoldással kezelni, míg nemlineáris, magasabb rendű egyenletek esetében a megoldások gyakran nem fejezhetők ki egyszerű, zárt alakú képletekkel.

A számítógépek elterjedésével azonban a numerikus módszerek gyors fejlődésen mentek keresztül, lehetővé téve a közelítő megoldások keresését olyan KDE-k esetében is, amelyeket analitikusan nem tudunk megoldani. Ennek köszönhetően a KDE-k alkalmazhatósága jelentősen kibővült, hiszen a numerikus módszerek segítségével szimulálhatjuk a rendszerek viselkedését, és értékes információkat nyerhetünk, még ha az analitikus megoldást nem is ismerjük.

A szimbolikus megoldások előnye a pontos megoldás és az általános érvényesség, hiszen ezek a megoldások nem tartalmaznak numerikus hibákat, ugyanakkor a numerikus módszerek elengedhetetlenek a komplexebb problémák megoldásához, ahol a szimbolikus módszerek gyakran nem adnak megoldást, vagy nem kezelhető megoldást adnak.

További alkalmazások

A biológiai tudományokban széles körben alkalmazzák a közönséges differenciálegyenleteket, mivel ezek hatékony eszközt nyújtanak a rendszerekben zajló folyamatok modellezéséhez. A közönséges differenciálegyenletek különösen hasznosak a folytonosan változó biológiai folyamatok leírására, valamint az ok-okozati összefüggések megértésére, amelyek a különböző biológiai változók között fennállnak.

Az egyik kiemelt terület a populációdinamika, ahol a populációk növekedését, csökkenését és a különböző fajok közötti kölcsönhatásokat, például a versengést, ragadozást vagy mutualizmust vizsgálják. Ilyen esetekben gyakran alkalmazzák a logisztikus növekedési modellt, valamint a Lotka–Volterra-egyenleteket, amelyek a ragadozó-zsákmány rendszerek dinamikáját írják le.

Az epidemiológia, a járványok terjedését, a fertőzöttek számának változását, valamint a betegségek elleni védekezés hatékonyságát modellező terület szintén a differenciálegyenleteket alkalmazza. Például a SIR-modell a fertőző betegségek terjedését modellezi, különválasztva a fogékony, fertőzött és gyógyult (Susceptible (S), Infected (I) and Recovered (R)) egyéneket.

A neurobiológiában az idegsejtek közötti jelátvitelt, a neuronhálózatok működését és az agyi folyamatokat írják le differenciálegyenletekkel, míg a farmakokinetika területén a gyógyszerek szervezetben való eloszlását, lebontását és kiürülését vizsgálják ezekkel az eszközökkel. Hasonlóan fontos szerepet játszanak a fiziológiai folyamatok, például a vérnyomás változásának, a hormonkoncentrációk ingadozásának és a légzés ritmusának modellezésében is. A fejlődésbiológiában a sejtek növekedését, osztódását és differenciálódását leíró modellekben szintén gyakran alkalmaznak közönséges differenciálegyenleteket. Mindezek a példák jól mutatják, hogy a közönséges differenciálegyenletek nélkülözhetetlen eszközök a biológiai tudományokban. Segítenek megérteni a biológiai rendszerek működését, előre jelezni a változásokat, és optimalizálni a beavatkozásokat. Ahogy a biológiai kutatások fejlődnek, ezek a modellezési módszerek várhatóan még nagyobb szerepet fognak játszani a jövőbeli tudományos eredmények elérésében.

Élőlények napi ciklusának modellezése esetén először adatokat gyűjtünk az élőlény napi ritmusairól, például hormonkoncentrációkról vagy mozgásaktivitásról. Ezután egy vagy több közönséges differenciálegyenletet állítunk fel, amelyek az adott mechanizmusokat írják le. A modell paramétereit az adatokhoz igazítjuk, például regressziós vagy optimalizációs módszerekkel.

A modell validálása során összehasonlítjuk az előrejelzéseket a valós adatokkal. Végül a validált modellt szimulációkhoz használjuk, hogy különböző feltételek mellett vizsgálhassuk a rendszer viselkedését.

A matematikai eszközök alkalmazása a társadalomtudományokban is segít rendszerezni és elemezni a bonyolult jelenségeket, elősegítve a pontosabb megértést és a predikciót. Különféle matematikai modellekkel szimulálható az emberi viselkedés, a társadalmi és gazdasági rendszerek működése, vagy éppen a döntéshozatal.

Az ilyen modellek segítenek megérteni, hogyan reagálnak egyes rendszerek változásokra, például politikai intézkedésekre vagy gazdasági sokkokra.

A hálózatok vizsgálata matematikai gráfelméleten alapul, és segít megérteni a társadalmi kapcsolatok, például barátságok, szakmai kapcsolatok vagy információáramlás szerkezetét és dinamikáját. A játékelmélet az egyéni döntések és a társadalmi kölcsönhatások modellezését teszi lehetővé. Ezt alkalmazzák gazdasági döntések, politikai stratégiák és konfliktuskezelés területén is, hiszen segít feltárni, hogyan viselkednek a szereplők stratégiai helyzetekben.

A neveléstudományokban több más mellett a tanuláselemzés is matematikai alapokon nyugszik. A tanuláselemzés olyan adatközpontú megközelítés, ami az oktatási folyamatok, a tanulói teljesítmény és az oktatási környezetek javítására összpontosít. Célja, hogy a rendelkezésre álló adatok elemzésével támogassa az oktatást és magát a tanulási folyamatot. Tanuláselemzés során adatokat gyűjtünk a tanulók – elsősorban online platformokon végzett – tevékenységeiről, például teszteredményekről, tanulói viselkedésmintákról (tartalmak, videók megtekintése, feladatok elvégzése, kérdőívválaszok), vagy beiratkozási statisztikákról, korábbi kurzusok sikerességéről (Mihalovicsné Kollár–Váraljai 2020). Ezek az adatok gyakran valós időben kerülnek rögzítésre,
ami lehetővé teszi az azonnali beavatkozásokat. A tanuláselemzés egyik fontos célja a tanulói teljesítmény pontosabb és átfogóbb értékelése, a prediktív modellalkotás. Ezzel előrejelezhetők bizonyos eredmények: mely tanulók esetében nagyobb a kockázata a lemorzsolódásnak, vagy ki lesz valószínűleg sikeres egy adott tantárgyban, így az oktatók szükség szerint beavatkozhatnak, egyéni fejlesztési tervet készíthetnek, ha szükséges.

Az analitikai rendszerek képesek valós időben felismerni a tanulók szükségleteit és ennek megfelelően adaptálni az oktatási tartalmat. Ez különösen hasznos az online tanulási platformokon, ahol az elemzés alapján a rendszer automatikusan és adaptívan alkalmazkodhat a tanuló aktuális szintjéhez.

Ezzel különböző nehézségű feladatok javasolhatóak, megvalósíthatóak egyéni tanulási utak és a differenciált oktatás. A tanuláselemzés támogathatja az oktatási vezetők, iskolai adminisztrátorok és döntéshozók munkáját is. Az adatok segítenek meghatározni, mely módszerek és eszközök működnek a legjobban, ezek alapján pedig optimalizálni lehet az erőforrásokat a tantárgyfejlesztésben.

Mivel a tanuláselemzés esetenként rengeteg személyes adatot gyűjt a tanulókról, alkalmazása komoly adatvédelmi és etikai kérdéseket is felvet. Fontos, hogy az adatgyűjtés átlátható és biztonságos legyen, valamint tiszteletben tartsa a tanulók magánéletét. A tanuláselemzés a fentiek miatt a modern oktatási rendszerek egyre fontosabb eszközévé válik, amely támogatja a tanulói sikerességet, a személyre szabott tanulást és a tudatos oktatási döntéshozatalt. Az adatvezérelt oktatási rendszerek gyorsan fejlődnek, várhatóan egyre nagyobb szerepet kapnak az oktatás minden szintjén.

Összefoglalás

A dolgozatban áttekintettük a matematikai modellek széleskörű alkalmazásának néhány jellegzetes esetét. Mivel a determinisztikus modellek egyértelmű eredményt adnak ismételt futtatás esetén, kulcsszerepet játszanak a fizikai, mérnöki, kémiai és gazdasági rendszerek tanulmányozásában. Ezen modellek az optimalizálásban is nélkülözhetetlenek, segítve a rendszerek legjobb működési feltételeinek meghatározását. Ugyanakkor a valóság komplexitása és véletlenszerűsége sok esetben sztochasztikus megközelítést igényel. A differenciálegyenletek precíz előrejelzéseket tesznek lehetővé, és segítségükkel feltárhatók a rendszerek belső ok-okozati összefüggései.

A matematika alkalmazásának lehetőségei állandóan bővülnek, segítve többek között a pedagógiai tudományokat is.

PAPP ZOLTÁN*

Neumann projektív geometrián alapuló, és Karmarkar projektív skálázású belsőpontos módszere

* *Dunaújvárosi Egyetem, Informatikai Intézet, Matematika és Számítástudományi Tanszék*
E-mail: pappz@uniduna.hu

Összefoglalás: Neumann János a 20. század egyik legkiemelkedőbb matematikusa volt, aki összekapcsolta a tiszta és alkalmazott tudományokat. Jelentős szerepet játszott a matematika, fizika, közgazdaságtan és számítástechnika fejlődésében. Különösen fontos munkát végzett a lineáris programozás terén, amely alapvető jelentőségűvé vált a matematikai és gazdasági tervezésben. Neumann egyik úttörő eredménye a Paul Gordan homogén lineáris rendszerén alapuló új lineáris programozási módszer volt, amelyet később Karmarkar algoritmusa tett széles körben ismertté. Ez az algoritmus a lineáris programozás első belsőpontos módszere volt. A cikk ezeket az algoritmusokat ismerteti.
Kulcsszavak: Lineáris programozás; belsőpontos algoritmus; Karmarkar; Neumann János.

Abstract: John von Neumann was one of the most significant mathematicians of the 20th century, who built a bridge between pure and applied sciences. He had a tremendous impact on the development of mathematics, physics, economics, and computer science. He made outstanding contributions to the field of linear programming, which became fundamental in mathematical and economic planning. One of von Neumann's pioneering achievements was a method based on projective geometry, designed to solve the gravity center problem, which later became widely known through Karmarkar's algorithm. This algorithm was a precursor to the interior-point methods in linear programming. The article discusses these algorithms.
Keywords: Linear programming; interior point algorithm; Karmarkar; John Neumann.

[1] Iványi, A. (2005): *Informatikai algoritmusok II,* pp. 1–768. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó.

Bevezetés

A lineáris programozás (LP) egy matematikai módszer az optimalizálásra, amelynek célja egy lineáris célfüggvény maximalizálása vagy minimalizálása adott lineáris korlátok mellett. Az LP-modellek széles körben alkalmazhatók, többek között az iparban, a közgazdaságtanban, a logisztikában és a pénzügyekben. Egy tipikus lineáris programozási probléma a következő formában fogalmazható meg:

$$\min_{x} c^T x, \text{ feltéve, hogy } Ax = b, x \geq 0,$$

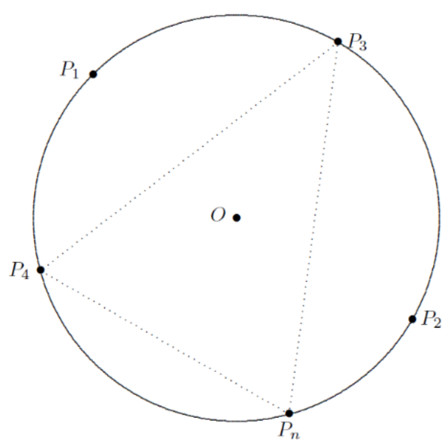
ahol $x \in R^n$ a döntési változók vektora, $c \in R^n$ a célfüggvény együtthatóinak vektora, $A \in R^{mxn}$ a korlátmátrix, $b \in R^m$ a korlátvektor. A lineáris programozás több mint egy évszázados múltra tekint vissza, és egyik korai kiemelkedő eredménye Farkas Gyula híres tétele, amelyet 1894-ben publikált. Az idők során a lineáris programozás fejlődése gyakran gyakorlati problémák megoldásából indult ki, amelyek új algoritmusok fejlesztésére és elméleti eredmények megfogalmazására ösztönözték a kutatókat. George Dantzig 1947-ben fejlesztette ki a lineáris feladat megoldására szolgáló szimplex-módszert. Khacijan 1979-ben mutatta be az ellipszoid módszert, amely abban az időben a legkorszerűbb, polinomiális időbeli komplexitású algoritmusnak számított, bár gyakorlati alkalmazhatósága elmaradt a szimplex-módszer mögött. 1984-ben Karmarkar közzétette saját projektív skálázású algoritmusát, amely jelentős előrelépést hozott a belsőpontos módszerek fejlődésében [1]. A belsőpontos algoritmusok olyan módszerek, amelyek a lineáris programozás megoldására egy belső, megvalósítható pontból kiindulva dolgoznak, és lépéseikkel a belső térben haladnak, szemben a hagyományos szimplex algoritmussal, amely a megvalósítható tartomány határán haladva jut el a megoldáshoz. Az első belsőpontos módszerek módszerek osztályába tartozik Neumann János algoritmusa. Az általa javasolt eljárás egy konvexitási feltétellel rendelkező lineáris programozási feladat megoldására szolgált, és egyszerűsége, valamint gyors konvergenciája miatt figyelemre méltó. Mivel egy általános lineáris programozási feladat és annak duálisa egy ilyen típusú megvalósíthatósági problémává alakítható át, Neumann algoritmusát egy általános lineáris programozási módszernek is tekinthetjük. Neumann János a 20. század egyik legkiemelkedőbb matematikusa volt, aki összekapcsolta a tiszta és alkalmazott tudományokat, és jelentős szerepet játszott a matematika, fizika, közgazdaságtan és számítástechnika fejlődésében. A tanulmányban a szerző bemutatja és elemzi Neumann János, a gravitációs feladat megoldására szolgáló belsőpontos módszerét, valamint Karmarkar algoritmusát. Bár mindkét algoritmus a maga idejében úttörő jelentőségű volt, azóta számos hatékonyabb és a gyakorlatban jobban alkalmazható belsőpontos módszert fejlesztettek ki. Ennek következtében a két algoritmus ma már elsősorban történelmi szempontból bír jelentőséggel. A tanulmány szerkezete a következőképpen alakul: a második fejezet Neumann János belsőpontos algoritmusát tárgyalja, míg a harmadik fejezet Karmarkar úttörő belsőpontos módszerét mutatja be. A negyedik fejezetben a két algoritmus hatékonyságát különböző tesztfeladatok segítségével vizsgálja a szerző.

Neumann János belsőpontos algoritmusa

1948-ban Neumann János kapcsolatba lépett George B. Dantziggel, hogy megvitassák a következő gravitációs középpont feladatot. [2]

„Adott n darab $P_j \in R^m$ pont, amelyek egy egységnyi sugarú, m-dimenziós gömb S felületén helyezkednek el. A gömb középpontja az origóban van. Keressük meg a nemnegatív $x_j = x_j^*$ súlyokat, amelyeket a P_j pontokhoz rendelünk úgy, hogy a súlyozott tömegközéppontjuk az origó legyen, vagy bizonyítsuk be, hogy nincs ilyen súlyozás."

1. ábra. Gravitációs középpont feladat



[2] Dantzig, G. B.–Thapa, M. N. (2006): *Linear Programming 2.* New York: Springer Science & Business Media.

A gravitációs feladatban a cél meghatározni egy olyan x vektor n elemét, melyre érvényes:

$$x \geq 0, \sum_{j=1}^{n} P_j\, x_j = 0, \sum_{j=1}^{n} x_j = 1, ||P_j||_2 = 1, j = 1, \dots, n, \qquad (1)$$

ahol $P_j \in R^m$. Az (1) feladatot tekinthetjük egy LP megszorításainak. Az (1) feladat felírható mátrix alakban:

$$Px = 0, e^T x = 1, x \geq 0, \qquad (2)$$

Ahol $P \in R^{mxn}$ oszlopai tartalmazzak a $P_j, j=1,2,\dots,n$ pontok koordinátáit, $x \in R^n$ a súlyok vektora és e egy n dimenziós vektor, mely összes eleme 1.

Neumann János bemutatta a gravitációs feladat megoldására szolgáló megoldási módszert Dantzignek, bár annak konvergenciáját nem bizonyította. Később, levelezésük során Dantzig igazolta a módszer konvergenciáját.

Neumann János algoritmusa a gravitációsközéppont-feladat megoldására (Goncalves 2004):

1. **Inicializáció:** Az algoritmus bármilyen, az origóhoz közeli közelítéssel inicializálható, vagyis $x^0 \in R^n$ tetszőlegesen választható úgy, hogy $x^0 \geq 0$ és $e^T x = 1$. Ekkor legyen $b^0 = Px^0$.

2. **Keresési irány kiszámítása:** Tegyük fel, hogy a k-adik iteráció kezdeténél, ahol $k \geq 1$, x^{k-1} is mert a $k-1$-edik iterációból, melyre érvényes: $x^{k-1} \geq 0$ és $e^T x^{k-1} = 1$.

   Legyen

$$b^{k-1} = Px^{k-1}, u_{k-1} = ||b^{k-1}||.$$

   Az összes P_j vektor közül keresd meg azt a P_s vektort, amely a legnagyobb szöget zárja be a b^{k-1} vektorral, vagyis a keresett P vektor indexe.

3. Megoldhatatlanság ellenőrzése: Legyen

$$s = arg \min_{j=1,2,\dots,n} P_j^T b^{k-1}.$$

a (2) feladatnak nincs megoldása, mivel az összes P_j pont a b^{k-1} vektorra merőleges és az origón áthaladó hipersík egy oldalán található. Ekkor nem létezik a P_j pontok olyan konvex kombinációja, melyek gravitációs középpontja az origó lesz. Tehát, a feladat nem megoldható.

$$v_{k-1} = P_s^T b^{k-1}. \text{ Ha } v_{k-1} > 0, \text{ STOP},$$

4. Az új approximáció kiszámítása: Az új b^k approximáció a b^{k-1} és P_s-t összekötő szakasz olyan pontja lesz, amely legközelebb van az origóhoz. Lásd a *2. ábrát.* A konvex kombináció λ súlyozási tényezőjét, a b^k következő approximációt, a b^k kapproximáció u_k k távolságát az origótól és a gravitációs feladat súlyainak approximációját a következő képletekkel határozzuk meg:

$$\lambda = \frac{1 - v_{k-1}}{u_{k-1}^2 - 2v_{k-1} + 1}$$

$$b^k = \lambda b^{k-1} + (1-\lambda)P_s$$

$$u_k^2 = \lambda v_{k-1} + (1-\lambda)$$

$$x^k = \lambda x^{k-1} + (1-\lambda)e_s,$$

ahol e_s egységvektor, melynek az s-edik eleme 1.

Legyen $k := k+1$ és menj a 2. lépésre.

[3] Dantzig, G. B. (1991): *Converting a Converging Algorithm into a Polynomial Bounded Algorithm,* pp. 1–9.

[4] Dantzig, G. B. (1992): An epsilon-Precise Feasible Solution to a Linear Program with a Convexity Constraintc In: *1/epsilon² Iterations Independent of Problem Size,* pp. 1–18.

[5] Epelman, M.–Freund, R. M. (2000): Condition number complexity of an elementary algorithm for computing a reliable solution of a conic linear system. *Mathematical Programming,* 88., (3.), pp. 451–485. https://doi.org/10.1007/s101070000136

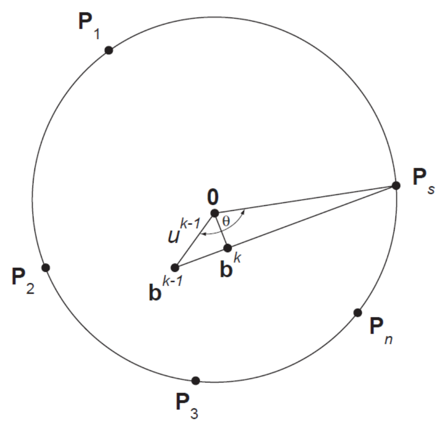
Ha a gravitációs feladat megoldható, akkor $v_{k-1}=P_s^T b^{k-1} \leq 0$.

Innen a 4. lépésben $0<1-vk-1<u_{k-1}^2-v_{k-1}+1-v_{k-1}<1$. 1 *2. ábrán* látható az $0b^k b^{k-1}$ derékszögű háromszögből, hogy a következő b^k approximáció közelebb lesz az origóhoz az előző b^{k-1} approximációtól, vagyis $u_k<u_{k-1}$. Ez azért van így, mert $0b^k$ a derékszögű háromszög befogója, még a $0b^{k-1}$ a derékszögű háromszög átfogója.

A Neumann János belsőpontos algoritmusában a legköltségesebb művelet a mátrixvektor szorzás, amely az algoritmus 2. lépésében felmerülő P_s pont meghatározásához szükséges.

Ennek a műveletnek a számítási komplexitása O(mn). Az algoritmus konvergencia sebességét Dantzig [3, 4], illetve Epelman és Freund [5] tanulmányozta.

2. ábra. Új iteráció kiszámítása



Lemma 1. [4]**:** A Neumann-algoritmus által generált b^k approximáció felső korlátja.

$$||b^k|| = ||Px^k|| \leq \frac{1}{\sqrt{k}}$$

Definíció 2.: A (2) feladat ε-megoldásának nevezzük a súlyok olyan x^k approximációját, melyre érvényes, hogy

$$x^k \geq 0,\ e^T x^k = 1 \text{ és } u_k = |(|b^k|)| = |(|Px^k|)| \leq \varepsilon.$$

Dantzig a Neumann-algoritmus által generált súly-approximációk sorozatára a következő konvergencia sebességet bizonyította be:

Tétel 3. [4]**:** Ha a (2) feladat megengedett, akkor minden $\varepsilon > 0$-ra a Neumann-algoritmus

Legfeljebb $\left\lceil \frac{1}{\varepsilon^2} \right\rceil$ iteráción belül éri el a feladat ε-megoldását.

Dantzig a Neumann-algoritmus konvergenciasebességének tanulmányozása folyamán csak azt az esetet vizsgálta, amikor a (2) feladat megengedett. Epelman és Freund kibővítették ezt a tanulmányt (Epelman–Freund 2000) arra az esetre is, amikor a (2) feladat nem megengedett.

Legyen $H=\{Px|e^Tx=1,x\geq 0\}$ a P mátrix oszlopainak konvex burka. A (2) feladat megengedett, ha $0 \in H$. Legyen r az origótól a H határán található legközelebbi pontig mért távolság, vagyis

$$r = inf\ \{\{||h-0||\ |h\ \in \partial H\}\} = inf\ \{\{||h||\ |\ h\ \in \partial H\}$$

Ha az origó a P mátrix oszlopainak konvex burkán fekszik, akkor $r=0$. Ebben az esetben a (2) feladatnak létezik megengedett megoldása, de a $(P, 0)$ tetszőleges perturbációja ahhoz vezethet, hogy a (2) feladat megengedhetetlen lesz. Ebben az esetben a (2) feladat instabil, vagyis rosszul feltett. Ha viszont r>0, akkor a (2) feladat jól feltett. Amikor a (2) feladatnak van megoldható megoldása, r a legnagyobb, az origó középpontú gömb sugaraként értelmezhető, amely teljes egészében a P mátrix oszlopainak konvex burkában található.

[4] Dantzig, G. B. (1992): An epsilon-Precise Feasible Solution to a Linear Program with a Convexity Constraintc In: *1/epsilon² Iterations Independent of Problem Size*, pp. 1–18.

Ha a (2) feladatnak nincs megoldható megoldása, akkor r az origótól a P mátrix oszlopainak konvex burkáig mért távolság.

Ha a (2) feladat megengedett, Epelman–Freund [5] bebizonyították a Neumann-algoritmus lineáris konvergenciasebességét.

Lemma 4. (Epelman–Freund 2000): Ha a (2) feladatnak van megengedett megoldása és *r>0,* akkor

$$||b^k|| \leq e^{-kr^2/2}.$$

Általános esetben a Neumann-algoritmus konvergencia sebességére Epelman és Freund a következő tételt bizonyították be:

Tétel 5. [5]: Legyen $r>0$ és $\varepsilon>0$. Ha a (2) feladat megengedett, a Neumann-algoritmus az ε-megoldást legfeljebb

$$\left\lceil \frac{2}{r^2} ln \frac{1}{\varepsilon} \right\rceil$$

iterációban éri el. Ha a (2) feladat nem megengedett, a Neumann-algoritmus legfeljebb

$$\left\lfloor \frac{1}{r^2} \right\rfloor$$

iterációban bizonyítja a nem megengedettséget.

A Neumann-algoritmus tesztelésekor Dantzig felismerte, hogy az algoritmus konvergencia sebessége nem elég gyors ahhoz, hogy gyakorlati alkalmazásokban hasznos legyen. A konvergencia sebességének javítása érdekében Dantzig módosításokat eszközölt az algoritmuson. Mivel a kézirat a Neumann-algoritmus eredeti változatára összpontosít, a továbbiakban azt vesszük figyelembe.

[5] Epelman, M.–Freund, R. M. (2000): Condition number complexity of an elementary algorithm for computing a reliable solution of a conic linear system. *Mathematical Programming,* 88., (3.), pp. 451–485. https://doi.org/10.1007/s101070000136

Karmarkar belsőpontos algoritmusa

Narendra Karmarkar 1984-ben bemutatott projektív skálázású algoritmusa [6], forradalmi áttörést jelentett a belsőpontos algoritmusok fejlődésében,. Az algoritmus új, hatékony megközelítést kínál a lineáris programozási feladatok megoldására, lényegesen csökkentve a szükséges iterációk számát a korábbi módszerekhez képest, mint például a szimplex-módszer. Az algoritmus polinomiális időben képes megoldani a nagy méretű lineáris programozási feladatokat, ami jelentős előnyt jelent az ipari és gazdasági alkalmazásokban. Karmarkar módszere nemcsak elméleti szempontból jelentős, hanem gyakorlati alkalmazásokban is széles körben elterjedt, megteremtve az alapot számos modern optimalizálási technika számára.

[6] Karmarkar, N. (1984): A new polynomial-time algorithm for linear programming. *Combinatorica,* 4., (4.), pp. 373–395. https://doi.org/10.1007/bf02579150.

Karmarkar [6] bemutatott módszere speciális LP-feladat megoldására alkalmas. Az LP-feladatnak teljesíteni kell a következő feltételeket:

1. Az LP-feladatnak létezik szigorúan megengedett megoldása és az optimális megoldások halmaza korlátos.

2. Az LP-feladat speciális kanonikus formában van:

$$\min_x c^T x \text{, feltéve hogy } Ax = 0, e^T x = 1, x \geq 0, \quad (3)$$

ahol

$$x \in R^n, c \in R^n, A \in R^{m\times n} \text{ és } e = [1,1,\dots,1]^T \in R^n.$$

Ez a speciális kanonikus forma nem csökkenti a módszer alkalmazhatóságát, mivel egy új változó bevezetésével minden

$$\min_x \tilde{c}^T \tilde{x} \text{, feltéve hogy } \widetilde{A}\, \tilde{x} = \tilde{b}, \tilde{x} \geq 0$$

alakú LP-feladat a (3) feladatra transzformálható.

3. A célfüggvény értéke az optimális megoldásban 0. Ez a feltétel erősen korlátozza az alkalmazhatóságot, de ha ismert az LP-feladat optimális célfüggvény c_m értéke, új célfüggvényként a $c^T x\text{-}c_m$ célfüggvény tekinthető.

Ha a célfüggvény minimuma ismeretlen, Karmarkar szerint módosítani lehet az algoritmust a csúszó célfüggvény bevezetésével.

Karmarkar projektív skálázású algoritmusának fő jellemzője a projektív transzformáció. A projektív transzformáció egy lineáris transzformáció, amely az aktuális pontot új koordinátarendszerbe viszi át, hogy a következő iterációkban közelebb kerüljön az optimális megoldáshoz. Ez a transzformáció olyan súlyozott változókat használ, amelyek biztosítják, hogy az új megoldás továbbra is a megengedett tartományban maradjon. Az új pont a megengedett tartomány és a szimplex metszetének terében helyezkedik el.

Karmarkar informális algoritmusa:

1. Inicializáció: Legyen a kezdő approximáció $a = \frac{1}{n} e.$
2. Projektív skálázás: a lineáris transzformáció az aktuális LP-feladatot egy ekvivalens feladattá transzformálja egy másik térben.
3. Keresési irány: a legmeredekebb ereszkedés iránya.
4. Lépéshossz meghatározása.
5. Következő iteráció meghatározása.
6. Inverz transzformáció: a kapott pont inverz transzformációja.

A projektív transzformáció az x pillanatnyi iterációt a szimplex középpontjába vetíti.
Az $\bar{x}$ vetített pontot az

$$\bar{x} = \frac{X^{-1}x}{e^T X^{-1}x} \tag{4}$$

lineáris transzformáció segítségével határozzák meg, ahol $X=diag(x_1,\ldots,x_n)$ átlós mátrix.

A lineáris transzformáció inverze

$$x = \frac{X\bar{x}}{e^T X\bar{x}} \tag{5}$$

A vetített legmeredekebb ereszkedés irányát a következő módon határozzák meg. Legyen a *B* kibővített mátrix, amelyet az *AX*-mátrixból kapunk, ha kibővítjük egy sorral, amely minden eleme 1. Az algoritmus keresési irányként a projektált legmeredekebb ereszkedés irány egy fajtáját használja, amelyben a projekciót a

$$P_B = \mathrm{I} - \mathrm{B}^{\mathrm{T}}(\mathrm{B}\mathrm{B}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathrm{B} \tag{6}$$

ortogonális projekció mátrixa végzi, még a gradiens szerepét az Xc vektor játssza. A vetített legmeredekebb ereszkedés iránya tehát

$$\Delta\bar{x} = -P_B X c. \tag{7}$$

A következő iteráció

$$\bar{x}_{k+1} = a + \alpha\frac{\Delta\bar{x}}{||\Delta\bar{x}||}, \tag{8}$$

ahol $a=e/n$ a kezdeti approximáció, a lépéshossz pedig

$$\alpha = \theta\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}, \tag{9}$$

ahol $\theta=1/4$. Az $\frac{1}{\sqrt{n(n-1)}}$ kifejezés a szimplexbe írható legnagyobb gömb sugara.

Az $\bar{x}_{k+1}$ iterációt vissza kell vetíteni az eredeti LP feladat megengedett halmazába, vagyis inverz transzformációt kell végrehajtani az (5) képlet segítségével.

[7] Schittkowski, K. (1987): *More Test Examples for Nonlinear Programming Codes.* Springer.

Karmarkar projektív skálázású algoritmusa a legrosszabb esetben polinomiális időben futó algoritmus, vagyis

$$\mathcal{O}(n^{3.5}L^2)$$

ahol *n* az LP a feladat dimenziója, *L* a bemenet összes bitjének száma.

Karmarkar algoritmusa elindította a belsőpontos algoritmusok fejlődését, de az újabb algoritmusok felülmúlták, mert jobb számítási komplexitással és jobb gyakorlati teljesítménnyel rendelkeznek.

Tesztelési kísérletek

Ez a fejezet a Neumann-algoritmus és Karmarkar projektív skálázású algoritmusának numerikus vizsgálatát mutatja be. A kísérleteket Matlab 2024b szoftverben végeztük, tesztfeladatként pedig a [7]által javasolt LP problémát alkalmaztuk különböző dimenziókban. A feladat célfüggvénye $f(x)=c^T x$, ahol a célfüggvény együtthatóinak c vektora a

$$c_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{i+j-1},\ i = 1, \dots, n,$$

elemekkel adott.

A megszorítások halmaza $Ax+y-b \geq 0,\ x \geq 0, y \geq 0, x,y \in R^n$ alakú, ahol $A \in R^{n\times n}$ mátrix elemei

$$a_{ij} = \frac{1}{i+j-1},\ i,j = 1,2, \dots, n,$$

a $b \in R^n$ szabad tagok vektora

$$b_i = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{i+j-1},\ i = 1,2, \dots, n,$$

Kezdeti megoldásként az $x_0=0\ R^n$ vektort használtuk. A feladat pontos megoldása az $x^*=1\in R^n$. A tesztelés folyamán az n=4,6,8,10 dimenziós feladatok lettek használva.

Mivel a Neumann-algoritmus a (2) alakú megszorítások halmazán keresi a megengedett megoldást, a tesztfeladatokat át kell transzformálni (2) alakra a következő módon (Goncalves 2004).

A $min\ c^T x$, "feltéve,hogy" $Ax=b,x\geq 0$ primál LP-feladat duál párja $max\ b^T y$, feltéve, hogy $A^T y+s=c,s\geq 0$. Ezekre a primál-duál párokra felírható a következő megengedettségi feladat:

$$Ax=b, A^T y+s=c, c^T x\text{-}b^T y=0, x,s\geq 0.$$

A megengedettségi feladat megengedett megoldása egyen a primál-duál pár optimális megoldása.

Mivel az y_j változó korlátlan, ezért két új nemnegatív y^+_j és y^-_j kerül bevezetésre úgy, hogy $y_j=y_j^+-y_j^-$. Így a megengedettségi feladat felírható a következő alakban:

$$Ax=b,\ A^T y^+ - A^T y^- + s = c,\ c^T x - b^T y^+ + b^T y^- = 0,\ x, y^+, y^-, s \geq 0.$$

Tekintsük a következő mátrix-jelölést:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^T & -A^T & I \\ c^T & -b^T & b^T & 0^T \end{bmatrix},$$

$$\alpha = [x, y^+, y^-, s]^T, \tilde{b} = [b, c, 0]^T.$$

Ekkor az előző megengedettségi feladat felírható a következő alakban:

$$\tilde{A}\alpha = \tilde{b},\ \alpha \geq 0.$$

Bővítsük ki ezt a mátrixos alakot a következő megszorításokkal:

$$\tilde{A}\tilde{\alpha} - \tilde{b}\tilde{v} = 0,\ e^T\tilde{\alpha} + \tilde{v} = 1,\ \tilde{\alpha} \geq 0, \tilde{v} \geq 0,$$

A megengedettségi feladat és a kibővített megengedettségi feladat megengedett megoldásai egymás skálázásai. Legyen

$$\hat{A} = [\tilde{A}, -\tilde{b}],\ \hat{\alpha} = [\tilde{\alpha}, \tilde{v}]^T$$

Ekkor a kibővített megengedettségi feladat felírható a következő alakban:

$$\hat{A}\hat{\alpha} = 0,\ e^T\hat{\alpha} = 1,\ \hat{\alpha} \geq 0.$$

Legyen

$$P_j = \frac{\widehat{A_J}}{\left\|\widehat{A_J}\right\|}.$$

Ekkor a standard LP-feladat felírható a következő alakban:

$$P\overline{\alpha} = 0,\ e^T\overline{\alpha} = 1, \overline{\alpha} \geq 0,$$

ahol

$$\overline{\alpha} = [\bar{x}, \bar{y}^+, \bar{y}^-, \bar{s}, \bar{v}]^T.$$

A Neumann-algoritmus tesztelése előtt a tesztfeladatokat transzformáltuk lettek a (2) alakba. Mindkét algoritmusnál a megállási feltétel „tol”=10^{-4}. Az iterációk száma a különböző dimenziójú LP tesztfeladatok megoldásánál az a Neumann-algoritmus és a Karmarkar-algoritmus esetén a következőképpen alakul.

– 4 dimenzió esetén: Neumann-algoritmus: 39, Karmarkar-algoritmus: 16.
– 6 dimenzió esetén: Neumann-algoritmus: 46, Karmarkar-algoritmus: 32.
– 8 dimenzió esetén: Neumann-algoritmus: 53, Karmarkar-algoritmus: 48.
– 10 dimenzió esetén: Neumann-algoritmus: 62, Karmarkar-algoritmus: 58.

A fenti értékek azt mutatják, hogy kisebb dimenzióknál a Karmarkar-algoritmus lényegesen jobb teljesítményt nyújtott, de a dimenzió növekedésével a két algoritmus közötti különbség fokozatosan csökken.

Összegzés

Ez a tanulmány Neumann János és Karmarkar belsőpontos algoritmusait vizsgálja, amelyek meghatározó szerepet játszottak a lineáris programozás fejlődésében. A szerző először bemutatja Neumann János korai belsőpontos megközelítését, majd elemzi Karmarkar algoritmusát, amely széles körben ismertté tette ezt a módszert. Noha mindkét algoritmus úttörő jelentőségű volt saját korában, a lineáris programozás fejlődésével újabb, hatékonyabb belsőpontos eljárások jelentek meg, amelyek szélesebb körű gyakorlati alkalmazást tettek lehetővé. A tanulmány összehasonlító elemzést nyújt a két algoritmus teljesítményéről különböző tesztfeladatokon, kiemelve történelmi jelentőségüket és modern alkalmazásuk korlátait.

PUHA ERIK*–FARKAS IMRE**

ChatGPT által szolgáltatott információk a szerzői jogok tükrében

Összefoglalás: A mesterségesintelligencia-alkalmazások rohamos fejlődése, az általa meghódított területek számának növekedése a 21. század kezdetén az élet részévé vált. Ezen alkalmazások mindenki számára elérhetők, és az emberek egy része használja is azt. Az egyik ilyen első alkalmazás a ChatGPT volt, aminek egyszerű használata, választékos nyelvi megoldásai nagyon elterjedté tették kortól, nemtől és végzettségtől függetlenül. Jelen cikk arra vállalkozik, hogy egy szűk minta alapján választ adjon arra a kérdésre, hogy az ilyen alkalmazások által eredményül kapott válaszok mennyire megbízhatók, és a felhasználók tudatában vannak-e annak, hogy sértenek-e szerzői jogokat? Használat során megadott személyes adatok kezelése, az adatkezelési nyilatkozat megismerésének szokásai szintén érdekes kérdéseket vetnek fel. A cikkben tárgyalásra kerül az MI-alkalmazás és a szerzői jogok kapcsolata, és az ehhez kapcsolódó kérdőív egyes kérdéseinek kiértékelése, azok közötti esetleges kapcsolat kimutatása. A cikk végén ezen űrlap feldolgozásából származó eredmények alapján a szerzők megfogalmazzák a szerzői jog és a ChatGPT viszonyát a felhasználók szempontjából.

Kulcsszavak: Mesterséges intelligencia, kérdőív, adatbiztonság.

Abstract: The rapid development of artificial intelligence (AI) applications and the increasing number of domains they have conquered have become an integral part of life at the beginning of the 21st century. These applications are accessible to everyone, and a significant portion of the population actively utilizes them. One of the earliest and most prominent applications is ChatGPT, whose ease of use and sophisticated linguistic capabilities have contributed to its widespread adoption, irrespective of age, gender, or educational background. This paper aims to address, based on a limited sample, the reliability of responses generated by such applica-

* *Dunaújvárosi Egyetem, gazdaságinformatikus mérnökjelölt*
E-mail: perik0917@gmail.com

** *Dunaújvárosi Egyetem, Informatikai Intézet, Számítógéprendszerek és Irányítástechnika Tanszék;*
Eszterházy Károly Katolikus Egyetem, Neveléstudományi Doktori Iskola
E-mail: farkasi@uniduna.hu

[1] Szabó P.: *Mire jó az MI? Miért fontos, hogy értsük és ismerjük a technológiát?*

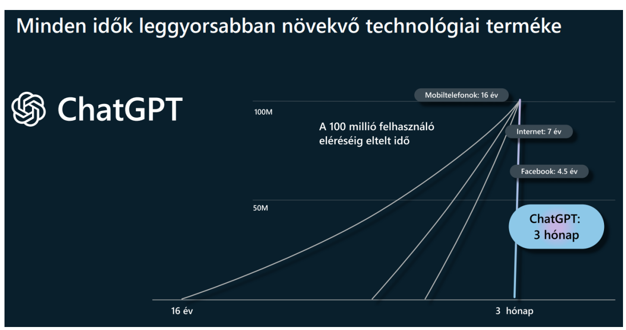
tions and whether users are aware of potential copyright infringements. The handling of personal data provided during usage and the habits related to reviewing privacy policies also raise important questions. The article discusses the relationship between AI applications and copyright law, evaluates specific questions from a related questionnaire, and identifies possible correlations among them. In conclusion, based on the analysis of the questionnaire results, the authors articulate the relationship between copyright and ChatGPT from the users' perspective.
Keywords: Artificial Intelligence, Questionnaire, Data Security.

Bevezetés

Ez embernek mindig is törekvése volt az, hogy saját életét könnyebbé tegye, olyan módon, hogy a hatékonyságát növelje (a befektetett saját munka mennyiségének csökkentésével érje el ugyanazt a szintet). Az már csak plusz nyereség volt, ha a termelékenységet, gyorsaságot is tudta növelni. Ilyenek voltak az első kéziszerszámok, a kerék, a különböző gőz- és elektromos motorok, a számítógép, atomenergia (hogy csak pár kerüljön említésre). Természetesen minden újításnak megvoltak az emberiségre káros hozadékai, hiszen ezek fejlesztési irányai, és azok alkalmazásai számosak lehettek, lehetnek ma is.

Ilyen területek a 21. században az okos mobiltelefonok, a gyors internet és újabban a mesterséges intelligencia is. Ezen fejlesztések által létrehozott tárgyak, alkalmazások elterjedésének gyorsasága függött attól is, hogy milyen áruk volt és ehhez mekkora érték társult (ár/érték arány). Nyilván a legyorsabban azok az ötletek, eszközök terjedtek, melyekért nem kellett fizetni és mégis könnyebbé tette bizonyos feladatok elvégzését, segített a mindennapi életet.

1. ábra. Termékek elterjedésének üteme [1]



A nagymennyiségű adat feldolgozása lehetővé tette a nagy nyelvi modellek létrejöttét, melyek a mesterséges intelligencia addig még mindenki által nem ismert területét hozták be a hétköznapokba. Ez a gyors szövegformálás, keresés, társalkodás, és egyéb nyelvi megoldások támogatása. Az egyik ilyen alkalmazás, mely talán elsőként adott lehetőséget arra, hogy bizonyos működési korlátok mellett ingyenesen lehessen használni, a ChatGPT volt. Az *1. ábrán* látható gyors elterjedését annak köszönheti, hogy nem csak számítógépen, hanem okos eszközökön is jól használható, valamint nagyon hasznos társnak bizonyult. Vajon a gyorsaság és a hasznosság jelenthet-e pontosságot, korrektséget is? Az alkalmazás a felmerülő kérdésekre adott válaszával a felhasználók mennyire vannak tisztában.

Ez kerül tárgyalásra a továbbiakban. A mesterséges intelligencia szerzői jogokkal kapcsolatos kérdéseit már több kutatás is vizsgálta. [2]

Szerzői jog

„Bármi, amit megalkotunk – legyen az tanulmány, vers, honlap, grafika, zenemű, film vagy más irodalmi, tudományos, művészeti alkotás, egy építészeti terv vagy egy számítógépes program, de akár egy adatbázis is – szerzői jogi védelem alá esik, amennyiben az egyéni-eredeti jelleggel rendelkezik. Szerzői jogi védelem alatt áll továbbá más szerző művének átdolgozása, ha annak szintén egyéni és eredeti jellege van, feltéve persze, hogy az eredeti mű szerzője az átdolgozáshoz hozzájárult. Az átdolgozás szabályai vonatkoznak az ún. feldolgozásra vagy fordításra is, feltéve, hogy ezek eredményeként új mű jön létre." (sztnh.gov.hu) Tehát a szerzői jog védi az alkotót művének jogosulatlan felhasználásától. Ezzel kapcsolatos visszaélések mindig is léteztek, csak nagyon nehéz volt kideríteni, vagy ha sikerült, akkor az elkövetés és a felderítés között hosszú idő telt el, és az alkotót már komoly kár érte. Az ilyen irányú visszaélések számának és azok felderítésének növekedése az internet széles körben való megjelenésével egyidőre tehető. Sajnos az emberek többsége úgy gondolja, hogy ami az interneten megtalálható, az szabadon felhasználható és mindenkié.

[2] Grad-Gyenge A. (2023): A mesterséges intelligencia által generált tartalmak értelmezésének lehetőségei a szerzői jog útján. *MTA LAW WORKING PAPERS*, (2.), pp. 1–14.

[3] Farkas I. (2023): Kérdőív összeállításának kérdései, az eredmények feldolgozásának lehetséges módszerei saját példán keresztül, In: *Informatika Korszerű Technikái 2023 „Tudomány: iránytű az élhető jövőhöz" nemzetközi tudományos konferencia: programfüzet és rövid cikkek*, Dunaújváros: DUE Press, pp. 190–201.

A kérdőíves kutatás módszere

A kérdőív segítségével nem mélyreható összefüggések feltárása volt a cél (erre nem is alkalmas). A legnagyobb előnye a kérdőív készítésnek, hogy segítségével rövid idő leforgása alatt nagy adatmennyiség gyűjthető össze, ami elősegíti a kutatás objektivitását, reprezentativitását és az eredmények általánosíthatóságát.

Ez köszönhető annak, hogy ma a közösségi médiában gyorsan közre lehet adni egy kérdőív linkjét, és ugyanilyen gyorsan begyűjthetőek az eredmények.

A kérdések összeállításánál mindig szükség van pár (a kérdések feldolgozása szempontjából) releváns demográfiai adat begyűjtésére. [3]

Ezt követhetik a lényegi kérdések, melyek a kutatás területére koncentrálnak.

A vizsgálat szempontjából fontos kérdéseket, más szövegezéssel érdemes többször is feltenni, melynek célja az, hogy a kérdésre adott válaszok megbízhatóságát lehet vele ellenőrizni. A kitöltés előtt fontos megemlíteni, hogy szigorúan anonim a kitöltés és az adatok csak a kutatáshoz kerülnek felhasználásra.

A kérdőívek által vizsgált terület

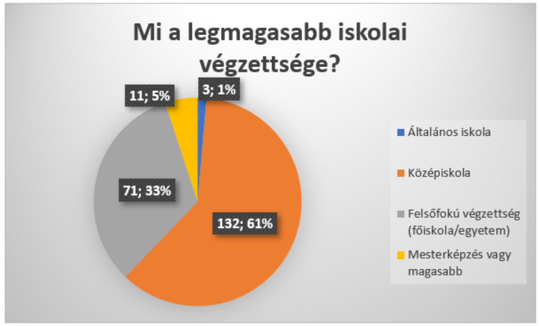
A felmerülő kérdések megválaszolása érdekében a kérdőív a közösségi felületen került megosztásra, melynek kitöltésében ismerősök és a Dunaújvárosi Egyetem hallgatói működtek közre. Az űrlap kitöltésére 7 nap állt rendelkezésre. Ezen idő alatt 217 kitöltés érkezett.

1. táblázat. A kitöltők korosztálya

Kategória	db	%
18 év alatt	1	0,46%
18-24 év	55	25,35%
25-34 év	35	16,13%
35-50 év	101	46,54%
51-60 év	22	10,14%
60 év felett	3	1,38%
összesen	217	100,00%

A demográfiai adatok közül az egyik legfontosabb kérdés az iskolai végzettség volt, mert feltételezhető volt, hogy a ChatGPT-t inkább a magasabb végzettségű emberek használják.

2. ábra. A kitöltők iskolai végzettsége



A ChatGPT szerzői jogok kezelése saját maga szerint

A kísérlet végrehajtása során segítségül hívtuk a ChatGPT-t, és megkérdeztük tőle, hogy milyen személyi jogokhoz fér hozzá. Erre ezt a választ adta: „Mint mesterséges intelligencia, nem rendelkezem hozzáféréssel szerzői jogvédelem alatt álló anyagokhoz, és nem tudom közvetlenül megosztani azokat. Az általam felhasznált információk nagy része nyilvánosan elérhető, vagy olyan adatbázisokból származik, amelyekben az adatok már nem állnak szerzői jogvédelem alatt. Ezenkívül csak összefoglalókat, rövid kivonatokat és elemzéseket nyújtok, hogy biztosítsam a szerzői jogok védelmét. Amennyiben szerzői jogi védelem alatt álló anyagra vonatkozó kéréssel találkozom (pl. könyvek, zenék, filmek), csak elemzést, összefoglalót vagy rövid idézetet nyújtok, és nem osztom meg a tartalmat teljes egészében. Ez segít abban, hogy a szerzői jogokat tiszteletben tartsuk."

A válasza alapján felmerülhet a kérdés, hogy sérti-e a személyi jogokat a ChatGPT, vagy csak ő saját maga adott meggyőző választ arról, hogy csak azokat az adatokat használja fel, amelyeket nem véd semmiféle jog. Egy kísérlet alapján kiderült, hogy nagyon ügyel az alkalmazás a szerzői jogokra és nem sérti azt.

A kérdőív elemzése

A válaszok kiértékeléséhez használatra került az egyszerű eloszlás és a korreláció kimutatása az egyes kérdésekre adott válaszok között. Ezek közül csak pár kerül be mutatásra a következő fejezetben.

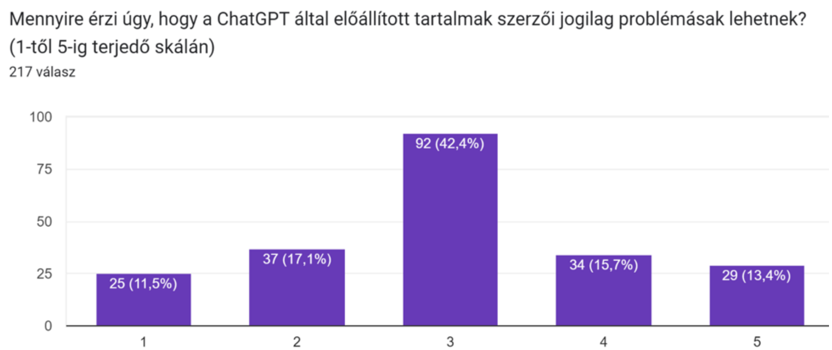
Egyszerű eloszlás-vizsgálatok

A kutatás szempontjából az igazán fontos kérdések az alábbiak, mert ezek foglalkoznak a szerzői jogokkal. Két kérdésre adott választ egyben kerül bemutatásra, mert ezek egymás ismeretében adnak információt.

3. ábra. ChatGPT és a szerzői jogok kezelésének ismerete

A válaszokból kiderült, hogy a megkérdezettek többsége egyáltalán nem tudja arra a kérdésre a választ, ami az előző fejezetben tárgyalásra került. Amennyiben erre is rákérdezett volna a kérdőív, hogy e témában tett-e fel kérdést az alkalmazásnak, lehet, hogy többen megtették volna és utána erre a kérdésre a válaszok aránya változhatott volna. Igaz a másik kérdésre adott válaszból meg az derül ki, hogy a kitöltők úgy gondolják, hogy nem is adtak olyan kérdést, ami szerzői jogokat érinthet. Itt felmerült az a kérdés, hogy egyáltalán tisztában vannak-e azzal a kitöltők, hogy a szerzői jogok mit tartalmaznak, mire vonatkoznak? Ez a következő kérdésre adott válaszból szintén jól kimutatható.

4. ábra. Mennyire lehetnek problémások a ChatGPT által adott válaszok



A válaszok eloszlása teljesen normális eloszlást mutat. Ebből az derül ki, hogy a válaszadók egyáltalán nincsenek tisztában azzal, hogy a Chat GPT válasza alapján, egyáltalán nem jelenthet problémát a szerzői jog kérdése.

A kérdések közötti összefüggések vizsgálata és lehetőségei

A korrelációvizsgálattal azt lehet kimutatni, hogy a vannak rangsorolható értékeink, akkor azok között kimutatható-e kapcsolat? Az első ilyen vizsgálatnak a végzettség és a ChatGPT által adott válaszban való megbízhatóság közötti kapcsolat kimutatása volt a cél.

2. táblázat. A végzettség és a válaszok közötti megbízhatóság kapcsolata

Rangsora	Végzettség	Mennyire bízik meg a ChatGPT válaszaiban? (1-től 5-ig terjedő skálán) válasz átlag pontszáma	Rangsora
1	Általános iskola	4	1
2	Középiskola	3,121212121	2
3	Felsőfokú végzettség (főiskola/egyetem)	2,929577465	3
4	Mesterképzés vagy magasabb	2,454545455	4
Korreláció a végzettség és a ChatGPT válaszainak megbizhatóságában:			**1**

Az eredmény nagyon meglepő. A végzettséget úgy rangsoroltuk, hogy az alacsonyabbtól haladtam a magasabb felé. A kérdésre adott válaszokat az adott végzettségnél meg átlagoltuk, majd a nagyobb értéket tettük előre. A végeredményből jól látszik, hogy a minél kevésbé iskolázott egyének sokkal jobban megbíznak a mesterséges intelligencia által adott válaszban.

Következtetés

Összegzésként elmondható, hogy azok, akik használják a ChatGPT-t nem foglalkoznak azzal, hogy az általa szolgáltatott eredmény sért-e szerzői jogokat.

Az annál inkább igaz, minél alacsonyabb a végzettsége a felhasználónak. A szerzők úgy vélik fontos lenne, hogy nagyobb figyelmet kapjon a szerzői jog szélesebb körben való megismertetése. Szükséges lenne kidolgozni egy olyan eljárást, módszert, ami elkerülhetetlenné tenné ezen joggal kapcsolatos ismeretek gyorsabb terjesztését.

TÓBEL IMRE*

Fenntartható iskolák

Összefoglalás: Ez a tanulmány a fenntartható iskolák szerepét és jelentőségét vizsgálja a modern oktatásban, valamint a környezetvédelem és a diákok fejlődésének kapcsolatát. A fenntartható iskolák létrehozása nem csupán alapvető a környezet védelme, hanem a tanulási élmény javításához is. A kutatás kiemeli a fenntartható működés érdekében hozható támogatást, amely tartalmazza az épületek tervezését, megújuló energiaforrások alkalmazását, valamint az „okos" technológiák integrációját, lehetővé téve az energiahatékonyságot a tanulók kreatív gondolkodásának és problémamegoldó képességeinek fejlesztését. Az integrált tervezés, a parametrikus modellezés, és a távoktatási platformok használata mindnek egy dinamikus, a jövő kihívásainak megfelelő oktatási rendszer kialakításához vezet. A kutatás eredményei arra utalnak, hogy a fenntartható iskolai környezet nemcsak a gazdasági és ökológiai fenntarthatóságot támogatja, hanem a fiatalok felelősségének növelését is elősegíti, támogatva a jövő tudatos és környezettudatos állampolgárainak nevelését.
Kulcsszavak: Fenntartható iskola, megújuló energia, okos megoldások.

Abstract: This study examines the role and significance of sustainable schools in modern education, as well as the interconnection between environmental protection and student development. The establishment of sustainable schools is not only fundamental for safeguarding the environment but also for enhancing the learning experience. The research highlights various forms of support that can be implemented to promote sustainable operations, including building design, the application of renewable energy sources, and the integration of smart technologies. These measures facilitate energy efficiency while fostering students' creative thinking and problem-solving skills. The use of integrated design, parametric modeling, and distance learning platforms contributes to the creation of a dynamic

* *Dunaújvárosi Egyetem, Informatika intézet, Számítógéprendszerek és Irányítástechnika Tanszék*
E-mail: tobeli@uniduna.hu

[1] Akay, S. (2024): The Green Digital Campus: Sustainable Practices. *In: eLearning And Online Education. eLearning Industry.* Retrieved from https://elearningindustry.com/green-digital-campus-sustainable-practices-in-elearning-and-online-educationBrychkov, D. et al. (2023).

educational system capable of addressing future challenges. The findings suggest that a sustainable school environment supports not only economic and ecological sustainability but also fosters a sense of responsibility among young individuals, aiding in the development of conscious and environmentally aware future citizens.
Keywords: Sustainable school, renewable energy, smart solutions.

Bevezetés

Napjainkban egyre inkább fontos az, hogy modernizáljuk a képzéseinket, ehhez fentartható iskolákra van szükség. Ezen intézmények létrehozása nemcsak a környezetvédelem szempontjából fontos, hanem a diákok oktatási élményének javítása érdekében is. A modernizált képzések megvalósításához érdemes figyelembe venni néhány kulcsszempontot. A fenntartható működés érdekében az iskola számos intézkedést hozhat. Ezek lehetnek az infrastruktúrával a tanulás módszertanával, vagy éppen technológiával összefüggésben.

Ezek a lépések nemcsak a környezet védelmét segítik, hanem a közösségi szellem kialakítását és a diákok felelősségérzetének növelését is biztosítják. A fentarthatóság kulcseleme az iskola épülete. Nem csak egy egyszerűen falakra és tetőre van szükség. Ezeket gondosan meg is kell tervezni, a folyamat során ezt modern felfogásban kell kezdeni. [1]

Tervezés

A környezetbarát épületek tervezése komplex folyamat, amelynek során számos tényezőt kell figyelembe venni. Az épületnek energiahatékony módon kell működnie. Ez tartalmazza a megfelelő szigetelést, kis hőveszteségű nyílászárókat, hatékony fűtési és hűtési rendszerek alkalmazását, valamint megújuló energiaforrásokat, mint például napkollektorok és a hőszivattyúk. A víz és energia felesleges használatának csökkentése, valamint a hulladék minimalizálása is fontos szempont. Az épület tervezése során érdemes figyelembe venni a hosszú távú fenntarthatóságot, a karbantartási igényeket és az energiafogyasztás minimalizálását.

A parametrikus tervezés során számítógép- és algoritmus-alapú modellezést használnak a formák és struktúrák optimalizálására. Ez lehetővé teszi, hogy a tervezők különböző variációkat és azok környezeti hatását gyorsan modellezzék, így megtalálva a legjobb megoldásokat. Az integrált tervezés során a különböző szakterületek (építész, mérnök, tájépítész) együttműködnek a tervezési folyamat kezdetén. Ez lehetővé teszi a különböző szempontok figyelembevételét, például az energiahatékonyságot, a fenntartható anyaghasználatot és a helyi éghajlati viszonyokat.

Mindezek a tényezők befolyásolhatják azt, hogy egy épület környezetbarátabb legyen, és csökkentse az ökológiai lábnyomát. [2]

Megújuló energiaforrások

A fenntartható építészetben a megújuló energiaforrások kulcsszerepet játszanak, és valóban alapvető elemei egy fenntartható épületnek. A napenergia a legfontosabb megújuló energiaforrások egyike. Ezt hasznosító rendszerek, például napelemek telepítése lehetővé teszi a megújuló energia előállítását, amely csökkenti a fosszilis tüzelőanyagok iránti keresletet.

A napkollektorok a napenergiát hővé alakítják, amelyet meleg víz-termelésre használnak. Ezt általában háztartási melegvízellátásra és fűtési rendszerekhez alkalmazzák. Mindezek a tényezők befolyásolhatják azt, hogy egy épület környezetbarátabb legyen, és csökkentsék az ökológiai lábnyomát. [3, 4]

„Okos" Iskola

Az "okos" megoldások egyre népszerűbbek az, mivel javítja az oktatási élményt, növelni a hatékonyságot és csökkenteni a környezeti lábnyomot. A digitális táblák és interaktív eszközök melyek lehetővé teszik a tanárok számára, hogy dinamikus és interaktív előadásokat tartsanak, bevonják a diákokat. Energiahatékony világítás és klíma, olyan rendszerek, amelyek érzékelik a jelenlétet, így például a légkondicionálást csak szükség esetén kapcsolja be. Fontosak a menedzsment-rendszerek, melyek épületfelügyeleti rendszerek, amik lehetővé teszik az energiafogyasztás nyomon követését és optimalizálását. [5]

[2] Ernst Neufert–Győri Róbert (2014): *Építés- és tervezéstan.* Budapest: Műszaki.

[3] ifj. Czinege Károly (2023): *Elektromos fűtés szakembereknek.* Budapest: Műszaki.

[4] Tóth László (2004): *Hagyományos és megújuló energiarendszerek.* Budapest: Műszaki.

[5] Chiara Stein (2009): *Intelligens vezérléstechnika.* Budapest: Műszaki.

[6] Rigó-Ditzendy Orsolya (2017): Digitális technológiák integrációja az oktatásban. *Educatio,* 26., (2.), pp. 317–319.

[7] Szűts Zoltán (2020): A digitális pedagógia jelenségei és megnyilvánulási formái. *Pedagógiai Szemle,* pp. 5–6.

[6] Rigó-Ditzendy Orsolya (2017): Digitális technológiák integrációja az oktatásban. *Educatio,* 26., (2.), pp. 317–319.

[7] Szűts Zoltán (2020): A digitális pedagógia jelenségei és megnyilvánulási formái. *Pedagógiai Szemle,* pp. 5–6.

Tanulásmenedzsment-rendszerek (LMS)

Az online platformok, mint például a Moodle vagy a Google Classroom, segítik a tanárokat az anyagok kezelésében, a diákok teljesítményének nyomon követésében és az otthoni tanulás támogatásában. Diákok számára készült alkalmazások, amelyek nyomon követik a házi feladatokat, az órarendet, és értesítéseket küldenek fontos eseményekről. A COVID–19-járvány óta sok iskola fejlesztett távoktatást támogató technológiákat. Az online osztálytermek lehetővé teszik, hogy a diákok otthonról vegyenek részt az órákon. Digitális platformok, mint például Microsoft Teams vagy Zoom használata lehetővé teszi, hogy a diákok együtt dolgozhassanak projekteken és feladatokon, attól függetlenül, hol tartózkodnak. [6, 7]

Összegzés

A fenntartható iskolák megvalósítása nem csupán a környezetvédelem szempontjából fontos, hanem a diákok fejlődéséhez és a jövő generációk tudatosabbá válásához is. Az energiahatékony épületek, a megújuló energiaforrások alkalmazása, és az „okos" technológiák integrálása alapvető fontosságú lépések egy olyan oktatási rendszer kialakításában, amely képes helytállni a 21. század kihívásaival szemben.

Ezek a fejlesztések nemcsak a fenntarthatóságot segítik elő, hanem a tanulás élményét is javítják, támogatják a diákok kreatív gondolkodását és problémamegoldó képességeit. A digitális és interaktív eszközök révén a tanulási folyamatok testre szabhatók, így a diákok aktívan részt vehetnek saját fejlődésükben. Az online platformok és a távoktatási megoldások használata pedig világossá teszi, hogy a technológia képes átalakítani az oktatást és hozzáférhetővé tenni a tudást.

VÁRALJAI MARIANN*

A tanulási folyamat során preferált információforrások vizsgálata a sikeresség érdekében hallgatói szempontból

* *Dunaújvárosi Egyetem, Informatika intézet, Szoftverfejlesztési és Alkalmazási Tanszék*
E-mail: varaljai@uniduna.hu

Összefoglalás: A tanulási folyamat változatos aspektusból végzett vizsgálata során mind pontosabb képet kaphatunk az adott kor hallgatói igényeiről és tanulási szokásairól, hogy ezáltal a mindenkori tanulási környezetet a mindenkori igényekhez alakítsuk. A technológiai fejlődés impulzívan kihat a társadalom minden rétegére és minden színterére, így az oktatás területére is egyre erőteljesebben gyűrűzik be. Az oktatási folyamatban a technológiai támogatottság egyre erőteljesebb integrálási igénye egyben a különféle tanulási környezetek kialakításának lehetőségét is jelentik. A modern tanulási környezetek az egyénre szabható jellegük miatt képesek megteremteni az egyén számára azt a kedvező körülményt, amely őt támogatja a sikerességben.

A tanulási környezetek témakörben végzett kutatásunk során több szempontból is igyekszünk körbejárni az oktatás–technológia–szemléletmódváltás összefüggéseket, egymásra hatásokat. Jelenlegi szakaszban arra kerestük a választ, hogy a változó tanulási környezetben a mindenkori hallgatói sokaság milyen jellegű információforrást preferál az oktatási folyamatban, hogy a saját sikerességük érdekében minél kedvezőbb feltételeket tudjanak teremteni a tanulás során.
Kulcsszavak: Elektronikus tanulási környezet, információszerzés, sikeresség.

Abstract: By examining the learning process from a variety of aspects, we can get a more accurate view of the needs and learning habits of the students of the given era, thus adapting the learning environment to the current needs. Technological development impulsively affects all social classes and stages, including education. The increasing need to integrate technological support in the educational process also means the possibility of creating different learning environments. Modern learning environments, due to their individualizable nature, are able to create a favourable environment for the individual that supports him or her to succeed.

During our research on learning environments, we try to explore the connection and interactions between education – technology – attitude change from several aspects. At this stage of our research, we were looking for the answer to what kind of source of information the current student population prefers in the educational process in the changing learning environment, so that they can create the most favorable conditions during learning for their own success.
Keywords: E-learning environment, information gathering, leaarning success.

Bevezetés

Az emberi lét alapvető jellemzője a fejlődés. A fejlődés egy olyan folyamat, amelyet különböző környezeti tényezők befolyásolnak, természeti és társadalmi hatások formálnak. A külső tényezők behatása az emberi fejlődésre folyamatos, így a változás egy konstans jelenség. A fejlődésre különböző dimenzióban tekintve, a hatások közül napjaink társadalmára leginkább a technológiai fejlődés gyakorolt erőteljes hatást az innováción keresztül.
A technológiai modernizáció minden területre begyűrűzött, ahol a szakmai fejlődést fontosnak tartják az adott közösség tagjai, így az oktatás ágazatát is áthatja az innovatív szemléletmód. A megújulás képessége az oktatásban napjainkban az innovációhoz való alkalmazkodást foglalja magában azáltal, hogy a modern eszközök és módszerek beépülnek a folyamatba és az oktatási eszközök és módszerek széles palettája áll az oktatók rendelkezésére, amellyel a tanulói tevékenységek támogathatók és amellyel a kívánt tanulói sikerek elérhetők. Mindezek alkalmazása azonban a megfelelő szemléletmód kialakítása nélkül aligha hozzák meg a várt sikert.

Elméleti háttér

Napjainkra az is világossá vált a tudományos világ képviselőinek kutatásaiból, hogy a hagyományos oktatás nem helyettesíthető tisztán elektronikus, vagy akár virtuális tanulással, mint ahogy nem helyezhető pusztán elektronikus vagy virtuális környezetbe. [1] [2]

[1] Anderson, T.–Elloumi, F. (2004): *Theory and practice of online learning.* Athabasca: Athabasca University.

[2] Means, B.–Toyama, Y.–Murphy, R.–Baki, M. (2013): *„The effecitveness of online and blended learning: A meta-analysis of the empirical Literature,”* Columbia: Teachers College, Columbia University.

[3] Fazekas G.–Kocsis G.–Balla T. (2014): *„Elektronikus oktatási környezet,”* Debrecen: Debreceni Egyetem.

[4] FAO of the United Nations (2011): *„E-learning methodologies – A guide for designing and develpoing e-learning courses,”* Róma: FAO.

[5] Fisher, J.–Whale, S. (2014): *„Flexibility and technology-enhanced learning and teaching: The rhetoric and reality,”* New England: University of New England.

A különböző dimenziókban vizsgálva több olyan tulajdonság jellemzi az elektronikus tanulási környezeteket, mely az egyén és azon keresztül az egész társadalom érdekeit szolgálja, a hagyományos oktatás mellett.

A napjainkra már alapvető elvárásként megfogalmazott térbeli és időbeli függetlensége mellett az e-learning tanulási környezet [3] képes kényelmes környezetet nyújtani a különféle innovatív megoldásokkal, egyéni igényekhez illeszkedő testre-szabhatóságával minden felhasználó számára. [4] [5] A virtuális tanulás, mint az innovációs folyamat újabb fázisa még kevésbé elterjedt a gyakorlatban, ám rendkívül nagyszámú tudományos kutatás témájaként egyre erőteljesebben jelenik meg az oktatásban, kutatásban, határozott irányt mutatva a jövőre nézve.

A témakörben végzett korábbi kutatási eredmények arra ösztönzik a további kutatásokat, hogy a technológia-használaton kívül számos más fontos tényezőt is figyelembe vegyünk a mindenkori tanulási környezet kialakításakor. A megismert tanulási stílusok, a tanulói társadalom generációs jellemzői, az eddig alkalmazott eszközök és módszerek használata során kialakított tapasztalatok, a tanulás egyes fázisainak szerepe az önálló tanulás során mind hozzájárulnak ahhoz, hogy olyan környezetben valósulhasson meg a tanulás, amely hatékony és sikeres kimenetet biztosítva támogatja a tanulókat. [6] A rugalmasság és testreszabhatóság biztosítani tudja az egyedi igények figyelembevételét, ugyanakkor a szociális kapcsolatok kialakítására és formálására is lehetőséget nyújt. [7]

Létezik a generációs szemléletbeli megközelítés, amely számos korábban végzett tudományos kutatásra támaszkodva rámutatott arra, hogy az adott kort formáló hatások, (mint a technológiai, gazdasági, stb) eredményeként az érintett embercsoportok közös jellemzőkkel bírnak, amely megkülönbözteti őket más hatások által formált csoportoktól. [8] A tanulási folyamatban erőteljesen érzékelhető a generációs jellemző, kimondottan a technológiai fejlődés, az innovációk hatása a tanulócsoportok eszközhasználati, információszerzési és -feldolgozási, kommunikációs vagy akár tanulási stílus szempontjából. [9] A sikeresség érdekében olyan tanulási környezet kialakítása szükséges minden generáció számára az oktatásban, amely számukra nem idegen, amelyben magabiztosnak érzik magukat. A felsőoktatásnak jelenleg leginkább a Z-generáció jellemzőihez, szokásaihoz kell alkalmazkodnia a sikeresség támogatása érdekében.

[3] Fazekas G.–Kocsis G.–Balla T. (2014): *„Elektronikus oktatási környezet,”* Debrecen: Debreceni Egyetem.

[4] FAO of the United Nations (2011): *„E-learning methodologies – A guide for designing and developing e-learning courses,”* Róma: FAO.

[5] Fisher, J.–Whale, S. (2014): *„Flexibility and technology-enhanced learning and teaching: The rhetoric and reality,”* New England: University of New England.

[6] Bhatia, R. (2011): „Features and effectiveness of e-learning tools," *Global Journal of Business Management and Information Technology,* 1,. (1.), pp. 1–7.

[7] Tóth-Mózer S.–Lévai D. (2011): „Az oktatási és nevelési folyamat kiterjesztése online közösségi felületekre," *Hungarian Educational Research Journal,* 1., kötet1, (1.).

[8] Ősz R.: „Mobil generáció az oktatásban," *Kutatási füzetek – A szakmai tanárképzés szolgálatában,* 1., Tisztelgő kötet, pp. 131–139.

[9] Vermeulen, E. P. M. (2017): *„How "Teaching" has Changed in a Digital Age,"* 15., 10. 2017. [Online]. Available: https://hackernoon.com/what-millennials-demand-from-education-a291011a71c5. [Hozzáférés dátuma: 02. 06. 2019.]

A hálózatok hálózata fontos, szinte alapvető és biztos pont az életükben, mint ahogy a modern technológia jelenléte is elengedhetetlen. Információéhségük folyamatos és azonnali, mint ahogy azonnali visszajelzésre van szükségük, bármilyen tevékenységet is folytassanak. [10] Munkájuk során fontos a társakkal való kollaboráció lehetősége éppúgy, mint az oktató személyének elérhetősége, amit inkább preferálnak online környezetben megvalósulni, mint hagyományos környezetben. [11] A függetlenség mellett a megerősítést ugyanúgy igénylik, így a tanulási környezetet számukra megfelelővé téve az oktatási intézmény képes biztosítani a támogatást az egyéni sikerességhez.

A kutatás körülményei, módszertan

A hallgatók információszerzési szokásainak vizsgálata több évre visszamenőleg tárgya egy pedagógiai kutatásnak [12] a Dunaújvárosi Egyetemen, amelyhez jelen részkutatás friss eredményeket nyújt a tanulói környezet megismerése és fejlesztése céljából.

A több szempont szerinti vizsgálódás kutatói kérdéscsoportjai közül e rövid tanulmány kiemelten a hallgatók tanuláshoz és oktatásszervezéshez kapcsolódó információszerzési szokásaikra fókuszál. A motiváció a tanulási környezet olyanná formálása, amelyben a hallgató szívesen van jelen és aktív résztvevője a folyamatnak, mert a cselekvő hozzáállás és annak ösztönzése és támogatása a megfelelő tanulási környezet biztosításával egyben kulcs is lehet a célul kitűzött hallgatói sikerességhez.

A kiemelt kutatói kérdés: Honnan és milyen gyakorisággal szereznek információkat tanulmányaik során?

A kutatás ideje: 2014, 2019, 2024-es tanév

A kutatás résztvevői: a Dunaújvárosi Egyetem (továbbiakban DUE) hallgatói önkéntes válaszadással. A válaszadók közös jellemzője, hogy a jelzett időben az

– Informatika,
– Internettechnológiák,

[10] Schwieger, D.–Ladwig, C. (2018): „Reaching and Retaining the next generation: adapting to the expectation s of Gen Z in the classroom," *Information – Systems Education Journal,* 16., (3.), pp. 45–54, 2018.

[11] Loveland, E. (2017): „Instant generation," *Journal of College Admission,* Alexandria: VA.

[12] Váraljai M. (2017): *A információszerzési szokások vizsgálata a változó tanulási környezetben.* Pécs.

– Informatikai projektvezetés és gyakorlat (később az Informatikai projekt 1. nevet kapta) és a
– Vállalatirányítás rendszerek

című tantárgyak valamelyikét hallgatták. Különbözőségük a munkarendjük (nappali vagy levelező tagozatos) és a szakjuk, (ami lefedi a DUE képzési palettáját: műszaki, gazdasági, társadalomtudományi, informatikai, valamint pedagógiai képzési területek), valamint a képzési szintjük (BSc és MA).

A részkutatás eszköze, körülményei: egy online kérdőív, amely teljes mértékben önkéntes és anonim volt. Az empirikus kutatást támogató kérdőív egy Google-űrlap volt, amely a DUE által elsődleges online tanulástámogató rendszerén keresztül, a Moodle elektronikus tanulási környezetben az adott tantárgyhoz tartozó kurzus egy blokkjában volt elérhető.

A Google-űrlap egy linkként került publikálásra a Moodle-kurzusban és a kiöltése nem volt időkorlátos, bármikor hozzáférhető volt a kurzus tagjai számára, azaz az adott tantárgyat az adott félévben felvett hallgatók számára. A mintavétel véletlenszerű volt. Az önkitöltős kérdőív zárt kérdéseket tartalmazott, előre megadott választási lehetőségek közül engedve kiválasztani az adott egyénre leginkább jellemzőt.

2014-ben 145 fő töltötte ki a kérdőívet, elsősorban az alapszakok és a felsőoktatási szakon tanulók.

2019-ben 58 fő műszaki, gazdasági-, társadalomtudományi, informatikai, valamint pedagógiai képzési területen tanulmányokat folytató egyén válaszolt mindkét munkarendet képviselve (nappali és levelező tagozat).

2024-ben 68 válasz érkezett a mérnökinformatikus és gazdaságinformatikus alapszakos és mérnöktanár mesterképzésben résztvevő hallgató közreműködésével. Ez utóbbi esetben csak egy tantárgy kerül fókuszba, az Informatika projekt 1. nevű tantárgy, ám fontos megjegyezni, hogy szinte teljes lefedettségű volt a válaszadás.

A részkutatás-eredmények bemutatása

Az eredmények feldolgozása során előbb az alapstatisztikai kérdésekre, majd a fókuszpontot jelentő kutatási kérdés válaszai kerültek elemzése.

Demográfiai adatok:
A 2014-es felmérés során 145 fő vállalta a kérdőív kitöltését. A nemek szerinti megoszlásuk: 115 fő férfi és 30 fő nő. Korosztályos megoszlásuk: 1950-es éveben született 1%, 1960-as években 6%, 1970-es években 14%, 1980-as években 27% és az 1990-as években 52% A vizsgálatba bevont tantárgy az Informatika volt.

A 2019-es évben történt újabb lekérdezés során 41 válasz került kiértékelésre. A válaszadók megoszlása: 41 fő férfi, 17 fő nő. Korosztályos viszonylatban: 1960-as években születettek: 2%, 1970-es években 9%, 1980-as években 16%, az 1990-as években 29% és 2000-es évek: 2%. A vizsgálatba 4 tantárgy hallgatói lettek bevonva.

A legfrissebb vizsgálat eredménye: válaszadók száma 68 fő (59 fő férfi, 4 fő nő). Korosztályok alapján: 1960-as években születettek: 1%, 1970-es években 5%, 1980-as években 5%, az 1990-as években 23% és 2000-es évek: 44%.

Az évrés alakulása: 2014, 2019, 2024 években: 24, 33, 37 év. Az egyre nagyobbra nyíló évrés-olló bizonyítja korunk társadalmának a tanuláshoz viszonyuló attitűdjét az élethosszig tartó tanulás igényét.

A generációs kategorizálás tekintetében 2014-ben jellemzően az X- és Y-generáció volt jelen a felsőoktatásban, 2024-re az Y után következő Z-generáció alkotja jelenleg a hallgatói sokaságot.

Információszerzési szokásra fókuszáló kérdés

A tanulmányaikkal kapcsolatos és tanuláshoz szükséges információk forrásait és az információszerzés gyakoriságát felmérő kérdésben három válaszlehetőség közül választhattak a hallgatók:

– soha,
– ritkán,
– gyakran.

A kapott válaszokat, mint egy háromfokozatú Likert-skálát értékeltük, a soha 1-es, a ritkán 2-es és a gyakran 3-as értéket kapott az elemzés során. Így átlagolni és összehasonlítani tudtuk az eredményeket. Így tulajdonképpen minél inkább közelít az érték a hármashoz, annál gyakrabban használják a hallgatók az adott típusú információforrást a tanulmányaikhoz, a kettes alatti értékek pedig szinte soha nem használtak.

Az *1. táblázat* azt mutatja meg, hogy jelentősen csökkent a könyvtári nyomtatott könyvek használata (2,1-ről 1,7-re), ezzel szemben mindkét vizsgált évben nagyon gyakran választották az internetes saját kutatást (ötös skálán 2,8).

A saját jegyzetek használata továbbra is kiegyensúlyozottan jelen van körükben (2,5 és 2,6-os átlagokat kaptunk), azonban a társak jegyzetei már vesztettek jelentőségükből (2,3-ról 2,1-re csökkent, ami azt jelenti, hogy igazából ritkán szerzik a tanulmányaikhoz szükséges információkat ilyen forrásokból).

A 2014-es vizsgálatra visszatekintve, akkor a válaszadók 82%-a jelezte, hogy a tanulmányaihoz a szükséges információkat jellemzően és dominánsan a Moodle elektronikus tanulási környezetben (95%) és saját internetes kutatásai révén (91%) szerzi, társaik révén 72%-uk tájékozódik a kimondottan a tanuláshoz szükséges információkról.

Az online tanulási környezet szerepe napjainkra felértékelődött. Jelenlegi részkutatásunk eredményei ezt alátámasztják, mert a válaszadóink közül szinte mindenki gyakran használja. Intézményünkben a 2019-es COVID-időszaktól folyamatos és egyetemleges az online tanulási környezet oktatási folyamatban történő aktív alkalmazása, a tanuláshoz szükséges tananyagokat, oktatási segédleteket, mintafeladatokat, példákat az oktatók ott teszik elérhetővé a hallgatók számára és a hallgatói aktivitás is az online tanulási környezetben folyamatosan biztosított és monitorozható, megvalósul a hallgatói sikeresség támogatása.

1. táblázat. Tanulmányokkal kapcsolatos információforrások használati gyakorisága egy három fokozatú skálán 2019-ben és 2024-ben

Információforrás	2019	2024
könyvtári nyomtatott könyvek/tankönyvek	2,1	1,7
saját jegyzetek	2,5	2,6
társak jegyzetei	2,3	2,1
Internetes saját kutatás	2,8	2,8
online tanulási környezet (pl. Moodle)	2,6	2,9
online tartalommegosztó rendszerek (pl. YouTube, Zanza TV, TED)	2,6	2,7
elektronikus könyvtárak (pl. MEK)	2,0	1,7
közösségi oldalakról (pl. Facebook) - szaktársaktól	2,4	1,8
közösségi oldalakról - csoporttagoktól	2,4	1,9
közösségi oldalakról - ismerősöktől	2,4	1,8
Internetes blogokból, fórumokról	2,1	2,2

Az online tartalommegosztók már korábban is kedveltek voltak, hiszen a Z-generáció, amely a hallgatóink nagy részét képezi, életének már jelentős részét a virtuális térben éli. Így a várt eredményt kaptuk, majdnem olyan gyakorisággal használják információforrásként, mint például az internetes saját kutatást.

A közösségi oldalak szerepe a tanulás vonatkozásában azonban csökkent a 2019-ben mért eredményekhez képest. Ennek okát feltárni ezzel a kérdőívvel nem tudtuk, az azonban kijelenthető, hogy a 2019-es időszakban hirtelen betörő COVID-járvány, ami otthonmaradásra késztetett mindenkit, arra sarkallta a hallgatókat, hogy a tanulmányaikhoz kapcsolódó folyamatos tájékoztatást mielőbb megszerezzék és a szükséges információkhoz azonnal hozzáférjenek. Az online tanulási környezet akkori opcionális alkalmazása ezt abban az időben még nem garantálta, ám a közösségi terek és kialakult online szerveződő csoportok már aktívan biztosítottak voltak. Mostanra azonban a jó gyakorlat beépülése a mindennapi oktatási folyamatban, azaz a Moodle elektronikus tanulási környezet folyamatos rendelkezésre állása és a tananyagok és segédállományok naprakész kikínálása, továbbá a TEAMS alkalmazással támogatott online meetingek és igény szerinti konzultációk lehetőségének köszönhetően csökkent a nem oktatási céllal szerveződött online közösségek szerepe, a kommunikáció áttevődött az intézmény által preferált online platformra, ahol elsődleges forrásként jut hozzá a hallgató a szükséges oktatási anyagokhoz és kimondottan a tanuláshoz szükséges információk jutnak hozzá.

Másik jelentős momentum a kutatásban résztvevő hallgatói tásaság körében az az oktató-nevelő tevékenység volt, amely konkrétan, kimondottan szemléletformáló célzattal törekszik kialakítani a hallgatókban egy határozott és erős forráskritikát és olyan hozzáállást, amelyben a tények és hitelesség első helyen áll, szemben a közösségi médiában fellelhető megalapozatlan, pontatlan, így jellemzően hiteltelen információkkal. (A közösségi média már kevésbé jellemző információforrás – az érték 2 alá csökkent).

Összefoglalás

A hallgatói információszerzési szokások megfigyelése az információforrás megválasztása és az információszerzés gyakoriságára fókuszálva és a legfrissebb kérdőíves felmérés eredményeit elemezve megerősíthető az a feltevés, miszerint a mindenkori hallgatói társadalom fogékony az adott kor innovációjára. A 10 éves vizsgálati időtartam során történt mérések eredményeinek összevetéséből kitűnik, hogy a hallgatók technológiai fejlődéssel való összefonódása és az online lehetőségek iránti igényük konstans módon egyre szorosabbá válik.

A hagyományos oktatás modern technológiákkal támogatása sokszorozó erejű a tanulás sikerességét nézve, az online terek rendszeres és következetes használata, a tanulási folyamat szerves részévé tétele azok állandó rendelkezésre állásával és könnyen elérhetőségével arra készteti a hallgatókat, hogy erőteljesebben és magabiztosan forduljanak az elektronikus források felé.

A közösség fontossága, a kollaboráció igénye és a közösségi terek azonban mostanra inkább háttérbe kerültek, míg az online tanulástámogató rendszerek és az egyéni munka inkább előtérbe került a tanuláshoz szükséges információ megszerzésének folyamatában.

A tanulási folyamat során az online tanulási környezet nyújtotta támogatás, az egyénre szabott, kedvező feltételek megteremtése és az egész idő alatt, igény szerint rendelkezésre álló eszközök magabiztos szüntelen használata, valamint a tudatosság és a hallgató aktív részvétele segítségével tovább fokozható a hallgatói sikeresség is.

Galéria

Németh Zsófi fotói (M. felett az ég)