

Dunaikavics

A Dunaújvárosi Egyetem online folyóirata 2016. IV. évfolyam XII. szám

Műszaki-, Informatikai és Társadalomtudományok

ANGERER ILDIKÓ–TÓTH TAMÁS–
SZÁNTÓ KRISZTINA–TÓTH LÁSZLÓ
Dunaújváros levegőminősége

GÁBOR BUDAI
Factors affecting the vocational
trainings in secondary schools
of Dunaújváros

KOVÁCS-BOKOR ÉVA–DOMOKOS
ENDRE–KOVÁCS ZSÓFIA
Folyóvízi üledékek összehason-
lítása nehézfém-tartalom alap-

BÁLINT NAGY
On the discriminant curves of
simple ODE models



Dunakavics

A Dunaújvárosi Egyetem online folyóirata 2016. IV. évfolyam XII. szám

Műszaki-, Informatikai és Társadalomtudományok

MEGJELENIK ÉVENTE 12 ALKALOMMAL

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG

András István, Király Zoltán, Kukorelli Katalin, Palotás Béla,
Rajcsányi-Molnár Mónika, Szabó Csilla Marianna.

SZERKESZTŐSÉG

Ladányi Gábor (Műszaki)
Nagy Bálint (Informatika és matematika)
Szakács István (Gazdaság és társadalom)
Klucsik Gábor (technikai szerkesztő)

Felelős szerkesztő Németh István
Tördelés Duma Attila

Szerkesztőség és a kiadó címe 2400 Dunaújváros, Táncsics M. u. 1/a.

Kiadja DUE Press, a Dunaújvárosi Egyetem kiadója
Felelős kiadó Dr. habil András István, rektor

A lap megjelenését támogatta TÁMOP-4.2.3-12/1/KONV-2012-0051

„Tudományos eredmények elismerése és disszeminációja
a Dunaújvárosi Főiskolán”.

<http://dunakavics.duf.hu>

ISSN 2064-5007

Tartalom

ANGERER ILDIKÓ–TÓTH TAMÁS–SZÁNTÓ KRISZTINA–TÓTH LÁSZLÓ

Dunaújváros levegőminősége

5

GÁBOR BUDAI

*Factors affecting the vocational trainings in secondary schools
of Dunaújváros*

17

KOVÁCS-BOKOR ÉVA–DOMOKOS ENDRE–KOVÁCS ZSÓFIA

Folyóvízi üledékek összehasonlítása nehézfém-tartalom alapján

27

BÁLINT NAGY

On the discriminant curves of simple ODE models

47

Galéria

(Bánsági Kinga és Manzel György fotói)

54



Dunaújváros levegőminősége

Összefoglalás: Dunaújváros területén a levegő szennyezettségét a környezetvédelmi hatóság által üzemeltetett automata mérőállomás segítségével mérik. A légszennyezettségi adatokat az önkormányzat hivatalának környezetvédelmi szakemberei rendszeresen gyűjtik, elemzik és tájékoztatják a lakosságot. A szerzők ezeket az adatokat több évre visszamenőleg feldolgozták, bemutatták többek között a szállópor (PM 10) koncentrációval kapcsolatos egészségügyi-, füstköd tájékoztatási és riasztási határértékek túllépésének gyakoriságát is.

Kulcsszavak: Dunaújváros, légszennyezettségi adatok, szállópor (PM 10), egészségügyi-, tájékoztatási-, riasztási határértékek.

Abstract: The air quality in Dunaújváros is measured by the Government Environmental Authority. The air pollution dates are gathered, analysed and published by the Environmental Unit of the Mayor's Office of Dunaújváros. Concentration of gases and the dust PM 10 compared with the exposure limit, smog information limit and smog alarm limit.

Keywords: Dunaújváros, air quality dates, PM 10 concentration, exposure-, information-, smog alarm limit.

*Dunaújvárosi Egyetem,
Műszaki Intézet*
E-mail: petrovi@uniduna.hu

*Dunaújváros Polgármesteri
Hivatala*
E-mail: tothtamas@pmh.
dunanet.hu

*Dunaújváros Polgármesteri
Hivatala*
E-mail: szanto@pmh.
dunanet.hu

*Dunaújváros Polgármesteri
Hivatala*
E-mail: tothlaszlo@pmh.
dunanet.hu

Bevezetés

Dunaújvárosban a levegő szennyezettségét a Fejér Megyei Kormányhivatal Környezetvédelmi, Természetvédelmi Főosztálya a Köztársaság út 14. szám alatt a Dózsa György Általános Iskola udvarán lévő automata konténerállomás, valamint a város három pontján elhelyezett manuális mintavevő rendszer segítségével méri. A manuális rendszerrel jelenleg már csak a nitrogén-dioxid koncentrációját mérik. A kapott mérési adatokat a polgármesteri hivatalban rendszeresen gyűjtjük, elemezzük, kiértékeljük és évente közzétesszük Dunaújváros környezeti állapotáról szóló tájékoztatóban.

Bár az automata mérőállomás a kén-dioxid és a nitrogén-dioxid mellett egyéb fontos levegőminőségi paramétereket, így a nitrogén-oxid, a szén-monoxid, az ózon és a szálló por (PM 10) koncentrációját is méri, mégis a levegőtisztaság-védelmi intézkedések előkészítését és eredményességének megítélését megnehezíti, hogy a jelenlegi levegőminőségi mérőhálózat hiányos, kevés a mérési pont, illetve a rendszer több fontos légszennyezettségi paramétert nem mér. Mivel az állomás „hatásterülete” a domborzattól és a környék beépítettségétől függően csak néhány, 2–5 km², így egyetlen állomás adataiból nem lehet általános következtetéseket, megállapításokat levonni egy teljes településre vonatkozóan, így minden kiértékelés csupán tájékoztató jellegű.

Dunaújváros levegőminőségének értékelése a légszennyezettségi index alapján

A hivatalos légszennyezettségi index alapján történő levegőminőségi értékelést az OMSZ Levegőtisztaság-védelmi Referenciaközpontban működő Országos Légszennyezettségi Adatközpont adja meg az egész országra és köztük Dunaújvárosra is. A város levegőminőségének összesített értékelését egy 5-fokozatú skálán adják meg, melynél az 1-es a „kiváló”, a 2-es a „jó”, a 3-as a „megfelelő”, a 4-es a „szennyezett”, az 5-ös pedig az „erősen szennyezett” minősítésű levegőt jelöli.

**1.táblázat. Dunaújváros levegőminősége a légszennyezettségi index alapján
(éves összesítő).**

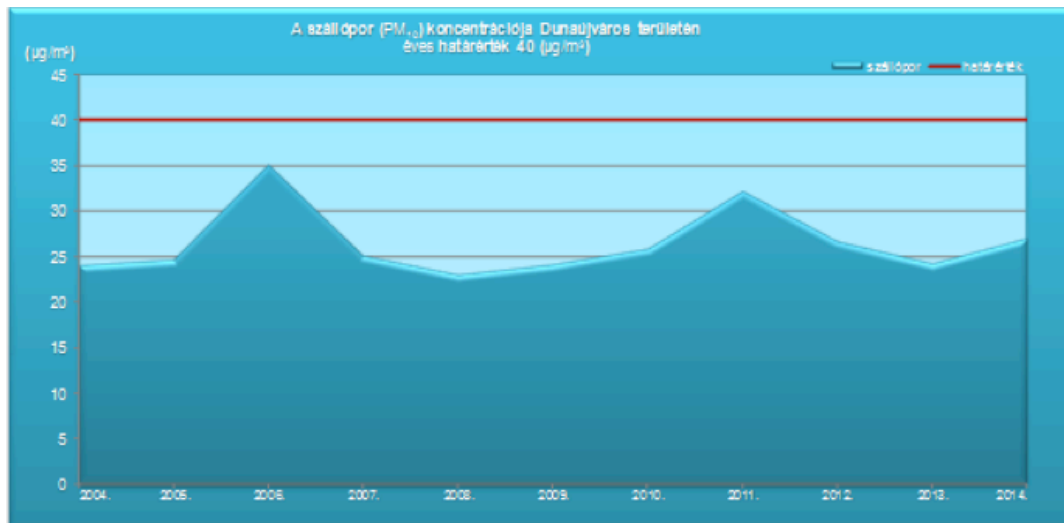
Év	Légszennyezettségi index							
	SO ₂	NO ₂	NO _x	PM ₁₀	CO	O ₃ ¹	Üledő por	Összesített (a legmagasabb indexű komponens alapján)
2003.	Megfelelő (3)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Kiváló (1)	Jó (2)	Megfelelő (3)
2004.	Kiváló (1)	Kiváló (1)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Jó (2)	Jó (2)
2005.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Szennyezett (4)	Szennyezett (4)
2006.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Megfelelő (3)	Kiváló (1)	Jó (2)	Szennyezett (4)	Szennyezett (4)
2007.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Szennyezett (4)	Szennyezett (4)
2008.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	- ²	Jó (2)
2009.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	- ²	Jó (2)
2010.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	- ²	Jó (2)
2011.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló ³ (1)	Megfelelő (3)	Kiváló (1)	Megfelelő (3)	- ²	Megfelelő (3)
2012.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló ³ (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	- ²	Jó (2)
2013.	Kiváló (1)	Jó (2)	Kiváló ³ (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Jó (2)	- ²	Jó (2)
2014.	- ⁴	Jó (2)	Kiváló ³ (1)	Jó (2)	Kiváló (1)	Kiváló (1)	- ²	Jó (2)

Megjegyzés: A 2014. évben történt műszercserék miatti eltérésekből adódóan a tavalyi kén-dioxid (SO₂) adatok jelenlegi állapotukban még nem elemezhetőek. 1A 2011. január 15-én életbe lépett új 4/2011. (I. 14.) VM rendeletben nincs megállapítva határérték, így légszennyezettségi index sem számítható, ezért az összehasonlíthatóság érdekében a 2011. évtől az adatok csupán tájékoztató jellegűek, mivel kiértékelésük az előző 14/2001. (V. 9.) KöM–EüM–FVM együttes rendeleten alapul.² 8 órás futó átlag napi maximumainak átlaga, egy naptári éven belül.³ Meghatározására alkalmazott mérési módszer: folyamatos mérés.

A szálló por PM 10 levegőminőségi értékei Dunaújvárosban

Az alábbi diagram a szálló por PM 10 éves értékeit mutatja az egészségügyi határértékhez viszonyítva.

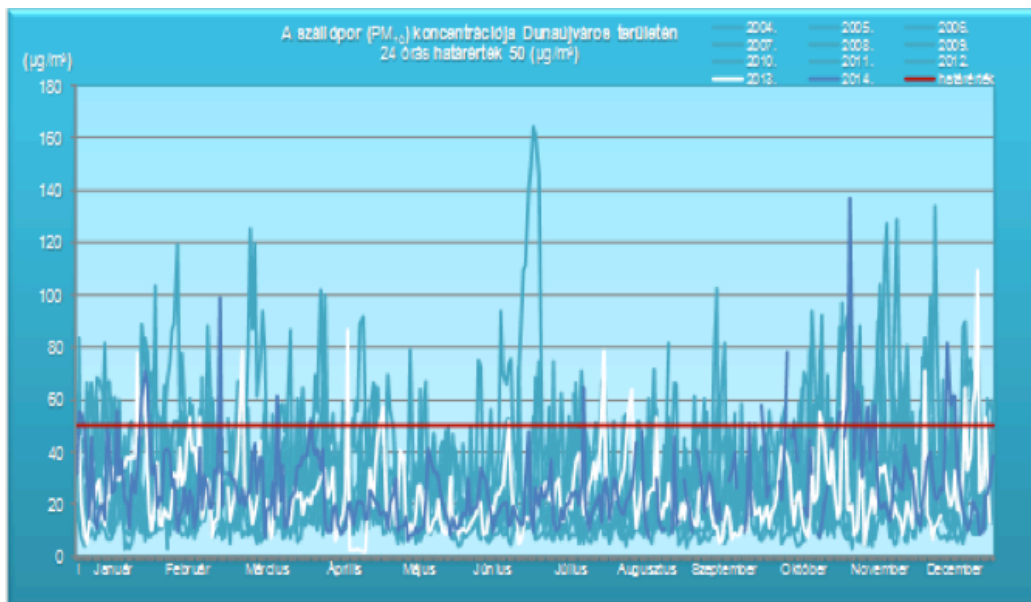
1. ábra. A szálló por (PM 10) koncentrációéves értékei
(éves egészségügyi határérték: $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$).



A fenti diagramból jól látható, hogy Dunaújvárosban a PM 10 szálló por levegőben mért éves koncentrációja nem éri el a jogszabályban megállapított $40 \mu\text{g}/\text{m}^3$ egészségügyi határértéket.

A 2. ábrán a PM 10 szálló por 24 órás levegőben mért értékeit láthatjuk az $50\mu\text{g}/\text{m}^3$ egészségügyi határértékhez viszonyítva.

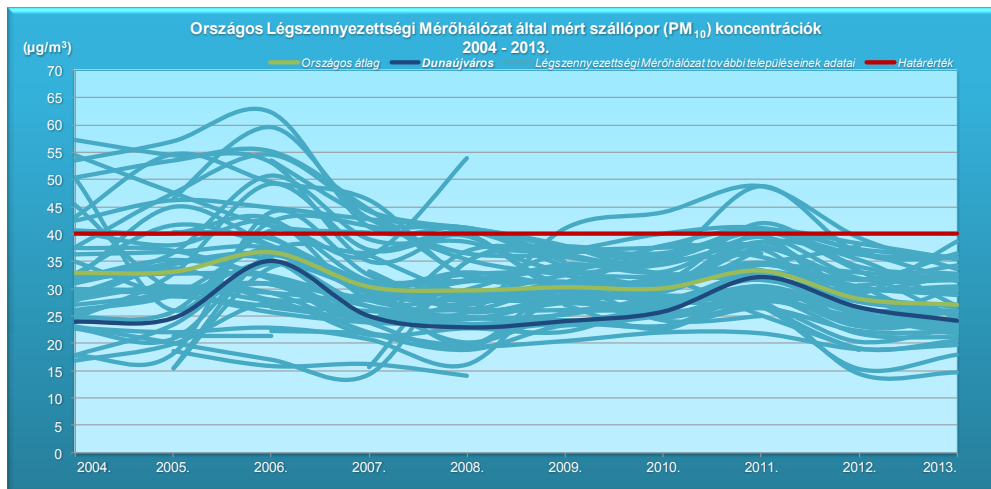
2. ábra. A szálló por (PM 10) koncentráció 24 órás értékei
(egészségügyi határérték: $50\mu\text{g}/\text{m}^3$).



A 2. ábra alapján megállapítható, hogy a Dunaújvárosban a PM 10 szálló por levegőben mért 24 órás koncentrációja évente többször is meghaladja a 4/2011. (I. 14.) VM rendeletben megállapított $50\mu\text{g}/\text{m}^3$ 24 órás egészségügyi határértéket.

A 3. ábra a szálló por PM 10 éves értékeit ábrázolja az országos átlaghoz és az egészségügyi határértékhez viszonyítva. Az ábrán a sötétkék vonal a Dunaújvárosban mért éves szálló por koncentrációkat jelöli, a sárga vonal pedig az országos átlagot. A piros vonal a $40\mu\text{g}/\text{m}^3$ éves egészségügyi határérték.

3. ábra. A szálló por (PM 10) koncentráció éves értékei az országos átlaghoz viszonyítva (egészségügyi határérték: 40 $\mu\text{g}/\text{m}^3$).



A fenti diagramról jól látható, hogy Dunaújvárosban a PM 10 szálló por éves koncentrációi semmivel nem rosszabbak az országos átlagnál és az egészségügyi határértéket sem érik el. Ennek ellenére városunkban a legnagyobb légszennyezési problémát és a legtöbb lakossági panaszt a szálló por okozza.

A kibocsátott légszennyező anyagok mennyisége Dunaújvárosban

A 2. táblázatban a Dunaújváros területéről kibocsátott légszennyező anyagok mennyiségét láthatjuk kg-ban. A város ipari és szolgáltató üzei által kibocsátott légszennyező anyagok az időjárási viszonyok (szélirány, szélesség, légnyomás, csapadék) függvényében terjednek szét a település területén, veszélyeztetve ezzel a lakott területeken élőket.

2. táblázat. Dunaújváros területéről kibocsátott légszennyező anyagok mennyisége (kg).

	kén-oxidok	nitrogén-oxidok	szén-monoxid	szén-dioxid	szilárd anyag	egyéb anyag
	tonna/év					
2000.	2 070	2 352	46 023	n.a.	1 789	820
2001.	1 670	2 244	n.a.	n.a.	2 433	n.a.
2002.	820	1 619	37 686	1 257 615	3 106	494
2003.	620	1 244	39 875	473 330	2 644	147
2004.	979	1 513	27 157	636 558	1 820	169
2005.	1 300	1 431	21 470	995 021	1 588	39
2006.	1 516	1 237	25 871	1 08 413	2 018	34
2007.	1 168	1 203	24 991	1 095 659	1 619	30
2008.	2 002	2 014	22 183	1 326 286	1 476	113
2009.	2 420	1 888	15 514	1 180 984	237	187
2010.	2 448	2 442	17 488	1 178 878	319	88
2011.	2 289	1 793	19 370	2 992 411	497	61
2012.	1 654	2 769	30 793	3 058 110	409	52
2013.	1 676	1 661	14 852	767 671	358	31

Megjegyzés: A 2014. és 2015. évi adatokat a Kormányhivatal még nem dolgozta fel, mivel az éves bevallások határideje mindig a következő év március 31.

A nyilvántartás adattartalmát a levegő védelmével kapcsolatos adatszolgáltatások határozzák meg, amelyeket a levegő védelméről szóló 306/2010. (XII. 23.) Korm. rendelet (korábban a levegő védelmével kapcsolatos egyes szabályokról szóló 21/2001. (II. 14.) Korm. rendelet), és a kapcsolódó végrehajtási jogszabályok alapján kell a kibocsátóknak beküldeniük (minden év március 31-ig), így néhány adat csupán 2002-től kezdődően áll rendelkezésre. Mindez a LAL levegőtisztaság-védelmi alapbejelentést, és az LM levegőszennyezés mértéke éves jelentést foglalja magába.

A 3. táblázatban a Dunaújváros területén üzemelő ipari létesítmények által kibocsátott légszennyező anyagok mennyiségeket tüntettük fel kg-ban.

3. táblázat. Dunaújváros területén üzemelő ipari létesítmények által kibocsátott légszennyező anyagok mennyisége (kg).

év		kén-oxidok (SO ₂ és SO ₃ , mint SO ₂)	nitrogén- oxidok (NO és NO ₂ , mint NO ₂)	szén-monoxid (CO)	szén-dioxid (CO ₂)	szilárd anyag (Por)	egyéb kibocsátott légszennye- ző anyag
2013.	Vasmű területe	1 669 563	1 477 419	14 697 694	721 674 623	348 937	7 701
	Hamburger Hungária Erőmű Kft.	6 064	46 922	1 842	-	-	174
	FGSZ Zrt. (gázátadó állomás)	-	105	4	156 666	-	-
	Delfortgroup	-	63 029	81 207	3 559 483	7 658	139
	Ferrobeton Zrt.	29	153	42	511 829	-	-
	Gázmotoros erőművek	-	62 766	55 311	28 452 113	-	21 781
	Dalkia Energia Zrt. (kórházi gázmotor, Boortmalt Kft.)	-	8 409	12 850	10 307 377	-	194
	Egyéb kibocsátó	210	10 166	3 415	3 009 335	1 409	658
	Összesen:	1 675 837	1 661 460	14 852 366	767 671 426	358 004	30 645

Mint ahogy az a 3. táblázatból is látható, az elmúlt évek alatt a szilárd szennyezőanyag kibocsátás a vállalatok éves bevallásai szerint töredékére csökkent. A szén-monoxid kibocsátás is csökkenő tendenciát mutat. A kén-oxidok kibocsátása elég hullámzó tendenciát mutat. A fenti táblázatban az eltérő kiértékelési módszer miatt a felületi légszennyező források nem szerepelnek.

A füstköd (szmog) tájékoztatási és riasztási határértékeinek túllépése szálló por (PM 10) légszennyezőnél Dunaújvárosban

A 4. táblázatban a füstköd (szmog) helyzetre vonatkozó tájékoztatási és riasztási küszöbérték túllépések Dunaújvárosban bekövetkezett eseteit foglaltuk össze 2012. évtől 2015-ig.

4. táblázat. A szálló por PM 10 tájékoztatási és riasztási küszöbérték túllépései Dunaújvárosban.

Dátum	Koncentráció ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	Határértékhez viszonyítás
2012.02.07.	79,5	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2012.02.08.	91,6	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2012.02.09.	94,4	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2012.02.10.	128,0	Riasztási küszöbérték átlépés
2012.02.12.	81,8	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2013. 01.25.	83,1	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2014.11.04.	136,6	Riasztási küszöbérték átlépés
2014.11.05.	79,4	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2015. 09.16.	76,9	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2015.09.17.	82,6	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2015. 11.05.	99,9	Tájékoztatási küszöbérték átlépés
2015.11.06.	110,7	Riasztási küszöbérték átlépés
2015.11.07.	89,3	Tájékoztatási küszöbérték átlépés

Dunaújváros önkormányzata nem rendelkezik füstköd-riadó rendelettel, mivel ehhez legalább 2 automata mérőállomásra lenne szükség, jelenleg a jogszabályi kötelezettség sem áll fenn. Tájékoztatási tervvel azonban rendelkezik az önkormányzat szmog-helyzet esetére.

2012. évben összesen 3 alkalommal volt PM 10 szálló por tájékoztatási küszöbérték ($75 \mu\text{g}/\text{m}^3$) illetve 2 alkalommal a riasztási ($100 \mu\text{g}/\text{m}^3$) küszöbérték túllépés.

2013. évben egy alkalommal fordult elő tájékoztatási határérték túllépés.

2014-ben egyszer tájékoztatási, egyszer pedig riasztási határérték túllépést regisztráltak.

2015. évben idáig 4-szer volt tájékoztatási, 1 alkalommal pedig riasztási küszöbérték túllépés, a legutolsó alkalommal 2015. november 5–7. között.

A 5. táblázatban a 4/2011 (I. 14.) VM rendelet 3. számú mellékletében található egyes légszennyező anyagokra vonatkozó tájékoztatási és riasztási küszöbértékeket jelenítettük meg.

5. táblázat. Az egyes légszennyező anyagokra vonatkozó tájékoztatási és riasztási küszöbértékek.

Légszennyező anyag [CAS szám]	Átlagolási időszak	Tájékoztatási küszöbérték ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)	Riasztási küszöbérték ($\mu\text{g}/\text{m}^3$)
Kén-dioxid [7446-09-5]	1 óra	400 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában	500 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában vagy 72 órán túl meghaladott 400 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Nitrogén-dioxid [10102-44-0]	1 óra	350 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában	400 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában vagy 72 órán túl meghaladott 350 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Szén-monoxid [630-08-0]	1 óra	20 000 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában	30 000 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában vagy 72 órán túl meghaladott 20 000 $\mu\text{g}/\text{m}^3$
Szálló por (PM_{10})	24 óra	75 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ két egymást követő napon és a meteorológiai előrejelzések szerint a következő napon javulás nem várható	100 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ két egymást követő napon és a meteorológiai előrejel- zések szerint a következő napon javulás nem várható
Ózon [10028-15-6]	1 óra	180 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában	240 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ három egymást követő órában vagy 72 órán túl meghaladott 180 $\mu\text{g}/\text{m}^3$

Összegzés, következtetések, javaslatok

Dunaújváros levegőminőségét mutattuk be a környezetvédelmi hatóság által automata mérőállomással mért légszennyezettségi adatokon keresztül. A PM 10 szálló por levegőben mért koncentráció adatait elemeztük ki részletesen, mivel Dunaújvárosban ez okozza a fő problémát.

Annak ellenére, hogy a szálló por éves átlagkoncentrációja nem rosszabb, mint az országos átlag és az egészségügyi határértéket sem éri el, városunkban a legtöbb panaszt, valamint a füstköd (szmog)riadó 24 órás tájékoztatási és riasztási küszöbértékeinek meghaladó értékeit ez a légszennyező ágens okozza. Füstködriadóterv elkészítéséhez a városban egyetlen folyamatosan működő automata mérőállomás nem elégséges, erre felelősen nem lehet alapozni a szmogriadó tervet.

A városban a levegő szennyezettségét elsősorban az ipari tevékenység, azon belül is a vas- és acélgyártás, valamint a kocszgyártás okozza. A közlekedés és az egyedi háztartási fűtési tevékenység csak kisebb mértékben járulnak hozzá a levegő szennyezéséhez, azon belül a szállópor-koncentráció időnként határértéket meghaladó értékeihez.

A levegő minőségének javításához mindenképpen szükséges és javasolandó az ipari üzemek porkibocsátásának további csökkentése az elérhető legjobb technika alkalmazásával. Megalapozott füstködriadóterv elkészítéséhez pedig mindenképpen javasoljuk további két folyamatosan működő automata mérőállomás telepítését Dunaújvárosba.

Irodalomjegyzék

Könyv:

Angerer Ildikó–Tóth Tamás–Tóth László–Szántó Krisztina (2015): *Tájékoztató Dunaújváros Megyei Jogú Város Környezeti Állapotáról*. Kiadja: Dunaújváros MJV Önkormányzata. Dunaújváros: TEXT Nyomdaipari, Kereskedelmi és Szolgáltató Kft.

Angerer Ildikó–Tóth Tamás–Tóth László–Szántó Krisztina (2015): *Környezetvédelmi Nyilatkozat Dunaújváros Megyei Jogú Város Polgármesteri Hivataláról*. Kiadja: Dunaújváros MJV Önkormányzata. Dunaújváros: TEXT Nyomdaipari, Kereskedelmi és Szolgáltató Kft.

Jogszabály:

4/2011 (I. 14.) VM rendelet a levegőterheltségi szint határértékeiről és a helyhez kötött légszennyező pontforrások kibocsátási határértékeiről.

Factors affecting the vocational trainings in secondary schools of Dunaújváros

Abstract: The present study examined the factors of the Hungarian people in my secondary education. Research topics written in my method of literature collection, analysis Then they chose. Both the national and the trends related to Dunaújváros secondary education observed. Particular attention was paid to the career period, and that helps out career advice to students. Changing needs of the labor market is a large market economy emphasized.

Keywords: Vocational training, career choice, career guidance, labor market.

Összefoglalás: Jelen tanulmányomban a magyarországi középfokú oktatás fő tényezőit vizsgáltam. Kutatási módszeremnek a témákban íródott szakirodalmak összegyűjtését, majd azok elemzését választottam. Mind az országos, mind pedig a Dunaújváros középfokú oktatásával kapcsolatos tendenciákat is megfigyeltem. Különös figyelmet fordítottam a pályaválasztás időszakára, és arra, hogy ki segíti pályaválasztási tanácsaival a tanulót. A piacgazdaságban működő munkaerőpiac megváltozott igényeire is nagy hangsúlyt fektettem.

Kulcsszavak: Szakképzés, pályaválasztás, pályaorientáció, munkaerőpiac.

* Dunaújvárosi Egyetem,
Tanárképző Központ
E-mail: budaig@uniduna.hu

Introduction

This study secondary, tax profession can I focus on training, in which they examined how were carried out in primary school and wishing living room, formal education students to continue their education and access to opportunities for cost Dunaújváros vocational secondary and vocational schools. As the Hungarian secondary education is mainly characterized by the selective school system, most specifically the early selection, so I assumed that

[1] Liskó, I. (1997): The teaching disadvantaged children in vocational schools. In: Anikó Fehérvári: *Training of disadvantaged students*. Budapest: Final research studies, Ministry of Labour.

[2] Kézdi, G. (2007): *Labor market value and changes in the structure of vocational training in Hungary before and after the change of regime*. Budapest : Background study for OKA.

the cost of different opportunities, and this changes over time in various types of training can be observed. My data on secondary education from the early 90s until the end of the 2000s, I demonstrate trends. My analysis of the literature research methods and the collection and analysis of data on those trends Dunaújváros secondary school of choice.

Description of the vocational training system in Hungary during the period examined

Education policy prior to the regime change has been characterized in that the secondary school admission figures centrally determined framework, adapted to the planned economy to function, that is, those not in the labor market demand, but on the basis of the specific supply defined bureaucracy regulated. Limited secondary school and higher education degree courses frame numbers, and largely channeled towards vocational education in most of the former students further directions.

In the years following the change of regime in secondary education institutions and their maintainers also they told you that they have launched the professions and trades taught at their institutions – to adapt to labor market needs – is the design and the number of students who can be accepted as well.

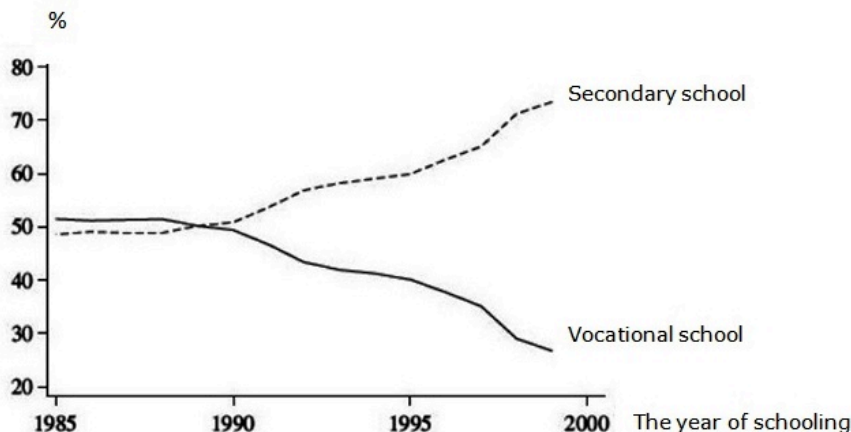
The heads of vocational training institutions by the end of the 90s should have been able to see that the industry structure development and transforming gradually and flexibly to meet demand should have happened. "As to why the profession of structural decisions was late and why only started at a slow pace of negotiations on creation of a new economic sector, research results have been different.

marked the end of the 90s, the ones that have formed the basis of the continuous consultation and needs assessment, industry structure not offered proof guarantee for the graduates employment, since the circumstances of the market economy, the labor market is characterized by constant change" – to find out Liskó prospecting. [1]

After the political economic environment, vocational schools quickly and radically changed over the period to begin. "The labor market has decreased the demand for skilled labor with no graduation. The skilled, but not having a certificate of graduation employment fell sharply. (...) Workers do not have a regime change in the labor market, divided graduated from high school and baccalaureate." [2]

The above trend is outlined enrollment data in the middle degrees, which illustrate the top of the *Figure 1*.

Figure 1. The rearrangement of secondary vocational education: in the year under proper distribution enrolled at secondary level school type (%).



Source: Kertesi and Varga (2005: 651–652) [3]

Zoltán Györgyi and Imre Anna authors of secondary education strengthening is believed to discover the end of the '90s: "The student competition for the demographic situation and the institution's financial system as a result of jointly developed in recent years, the positive effects (institutional demand, the supply educational profiles expansion most improvement in the quality of services), were also negative effects (multiplication of conflicts, professional solutions rather than political solutions to the deterioration of the quality of services in places). Another important reason for the extension of secondary education as a result of the economic crisis, the decline in the vocational training sector, which led to both the parents and the local authorities and education institutions themselves another opportunity, an alternative high school education tried to choose. The economic structure transition was related to a third factor in the possibility of extending secondary education, unemployment, causing widespread among parents increasingly the choice of longer

[3] Kertesi, G–Varga, J. (2005): Employment and education in Hungary. In: *Economic Review*. Vol. 52. No Pp. 7–8. 633–662.

[4] Györgyi, Z.–Imre, A. (2000): *The transition between primary and secondary education*. Budapest : Educational Research Institute.

[5] Mezei, Gy.–Benedek A. (2005): *A system of public education*. Budapest: Department of Education–Department of Technology.

[6] Farkas, P. (2009): *The boundary position of group training*. Educational Research and Development Institute. Source: <http://ofi.hu/tudastar/jelentes-magyar/peremcsoportok>

[7] Polónyi, I. (2004): Professional training and professional education transformations. *Educatio*. Budapest: Higher Education Research Institute.

schooling practices and the acquisition of knowledge permitting more marketable forms of education. (...) However, it is expected that more and more unmotivated, less qualified young people into the system providing advanced training school grades, its institutions, without in the meantime would be to change school careers in their way, or they would be able to prepare the necessary labor market succeed in possession of exit from the system. The higher proportion of secondary students will be issued social strata that are less motivated to learn, the more they can increase the dropout rate as well. The trend is expected not only require new pedagogical methods, but requires a system allowing leaving before the end, a final certificate in possession". [4]

The most important directions of the structural changes you can learn from the authors." Increased interest in secondary school, and thus increased entrants rate of maturity of leading education, secondary education provides the opportunity for career postponement and possible subsequent further learning." [4]

One of the main moments of the 2000s, it was considered that on 1 May 2004, Hungary became a member of the European Union. Already expectations were even before accession Hungary direction from the European Union to lifelong learning perspective should place after the accession to the fore, and in this area we had to create equal opportunities for disadvantaged groups in relation to it. The national development of lifelong learning in the associated sub-areas synchrony and development trends along with other sectors had an effective complementary strategy to achieve.

Mezei–Benedek authors argue that the post-accession is the main objective was to lifelong learning spirit everyone can find their own place in public education, vocational training, higher education and adult education system. In their opinion, this goal can only be achieved if provided interdependence, interoperability, which is based on competences – abilities and skills – development. [5]

First half of the 2000s, training and development task by Polónyi saw the following: "Hungary will have a (lagging social, social or ethnic reasons) boundary groups for training institutions to become more vocational schools and vocational schools. It is so obvious that some educational researchers (eg. Peter Farkas) [6] believes that these institutions should be clearly assigned to this task. [7]

Previous research also has been found that the vocational school (formerly vocational) training programs are short-term, labor market integration preparation program for training form the largest proportion of poor learning results have come from children, - says Fehérvári. "For them, it has been the fact that" only "have taken up vocational schools are already in the final year of primary education experience induces a sense of failure."

This only adds to the effect that the author had previously studied, that many have been numerous failures in the primary school experience faced years of failed or repeated. Fehérvári also foreshadowed that these academic failures will occur more frequently among vocational school students as vocational high school sites. [8]

Tamás Kozma in 2001 published a study that addresses the phenomenon is that the massive scale of vocational education a few decades ago, even a few years ago we even took place in the classical secondary level. The beginning of the 2000s, the training is divided between the secondary and third degree, and in spectacular shifts into third gear every year. [9] ("The international literature (comparative statistics) about fifteen years ago is using a" third grade phrase "in education. Tertiary education - the second model of education - all understand what can be done after the optional (second-level) training; that is, to start with, go into the system of secondary education, successful completion of the conditions.)

Fehérvári-Híves authors also dealt with the phenomenon. According to them, two main trends can be seen in the test data millennium. On the one hand steadily decreasing proportion of pupils entering secondary degrees (compared to 2000 in 2013 to 82% decrease in the number of candidates), on the other hand continues to rise in the proportion of secondary degrees recruits. [10]

Until the turn of the millennium the candidates was 88% in where you first appeared, in 2013, 93% of them. That is, overall, in the mid-2000s increased the chances of the cost of secondary education. In primary schools experiencing a reduction in headcount increased the chances of entry into secondary degrees, although not equally prevailed in a variety of delivery modes.

Zoltán Györgyi young people leaving primary school also tell you is that most opt for vocational school or high school. Györgyi this phenomenon -

[8] Fehérvári, A. (2012): *Learning paths in vocational training*. Culture School. Pp. 7-8.

[9] Kozma, T. (2001): Fourth grade? In: Peter Basel-Eszik Zoltán (Eds.): *Adult Education Research, Institute for Educational Research*. Budapest: Mikszáth Publishing.

[10] Fehérvári A.-Híves T. (2015): Learning paths of this decade - Analysis of the data recording information system of secondary schools In: Ercei, K. (Ed.): *Learning paths - career paths*. Budapest: The VET students guidance and Educational Research and Development Institute.

[11] Györgyi, Z. (2012): *The training and the labor market – Meetings and breakpoints, New Mandate rent*. Budapest.

[12] Liskó, I. (2006): Vocational training and retention rates In: *Report on Hungarian Public Education*. Budapest: National Institute of Public Education.

[13] Rado, P. (2007): *Fairness in Education*. Budapest: Ministry of Education and Culture.

[14] László Ádám–Ferenc Boros (1979): *Dunaújváros Geography*. Budapest: Academic Press.

the training of skilled workers entering the number and proportion of the decrease can be seen – it concludes that the composition is in students has deteriorated, as the best school leaving certificate respecting training went, while primary education is the weakest results, investigators also been included in the training, meaning knowledge, young people with academic results, who only completed primary school reached the eighties. [11]

Shared between at the secondary level learning program the following types Liskó wrote in an essay: “The final exam is not a tax vocational training proportion of students fell from 44 per cent to 22,4 per cent between 1990–1991 and 2006–2007. Changes in secondary school enrollment rates were accompanied by a strong selection. Social upper and middle classes for the past 15 years, GCSE, as well as offering the possibility of tertiary education secondary education (secondary school, high school) has become a popular perspective on learning form, as improved labor market value of these schools can be acquired qualifications. The vocational schools have increasingly become more disadvantaged pupils form of learning.” [12]

Péter Radó highlights the - observed in the direction of more advanced training - this phenomenon is that: “The majority of the Hungarian qualification and shifted to post-graduation. Between 2001 maturity of eight times as many students (34326 people) gained qualifications than in 1990 (4668 persons).” [13]

Dunaújváros vocational training characterization of the examined period

In the early nineties was already clear that the Central European “new towns” will take place more slowly because of historical reasons, described the transformation process than the traditional way of developed cities. After the transition period has been unstable for local urban development. The strong core a dependency as a result of the new city was not developed urban society, citizenship. The city life is crucial to companies, the transition seemed incapable. The multitude of new towns are usually treated to date not developed the ability of the regime as a consequence of a complex crisis.

Dunaújváros completed in 1979 monograph [14] describes three alternatives regarding the city's population grows. By 1990, these are the most conservative forecast is 80–82 thousand city, which seemed unrealistic in the city at that time demographic conditions, since a high proportion of long-term immigration and the fertile age group by the end of the '70s was typical of the locality. In contrast, population growth stopped in 1986 and since then a variable rate annually, except for the 1997 Year steadily declining population of the city.

Dunaújváros (still) "county towns" rank at time of writing of this study. I think it is important to mention this fact because "county borough addresses LXV. of 1990. under the law – at their request – they receive those cities, which exceeded the population of 50 thousand people. In 1994, it expanded the circle Szekszárd and Salgótarján country with which the population was below the threshold of 50 thousand and other cities have been awarded the title, so in 2006, beat well. Since 11 July 2006 Hungary 23 county towns have, in addition to the county seat 18 for a further five cities:

Dunaújváros, Érd, Hódmezővásárhely, Nagykanizsa and Sopron. Budapest Pest county, the capital of the country, is not subject to county towns in Hungary "(Source: KSH County Cities, July 2012).

In connection with the above findings, it concluded that the population of Dunaújváros due to the steady downward trend in 2008 has exceeded the limit of 50 thousand people and 49 531 inhabitants.

The hypothesis of my research:

Dunaújvárosban the examined period, the number of pupils at secondary level more details follow the national trends.

As proof of my hypothesis, I present a vocational school and vocational training school-based student headcount data by year, for the period examined.

The following are two shows I demonstrate the vocational school level data on the number of pupils Dunaújváros:

Figure 2. Vocational School student headcount data, Dunaújváros (1993-2013).

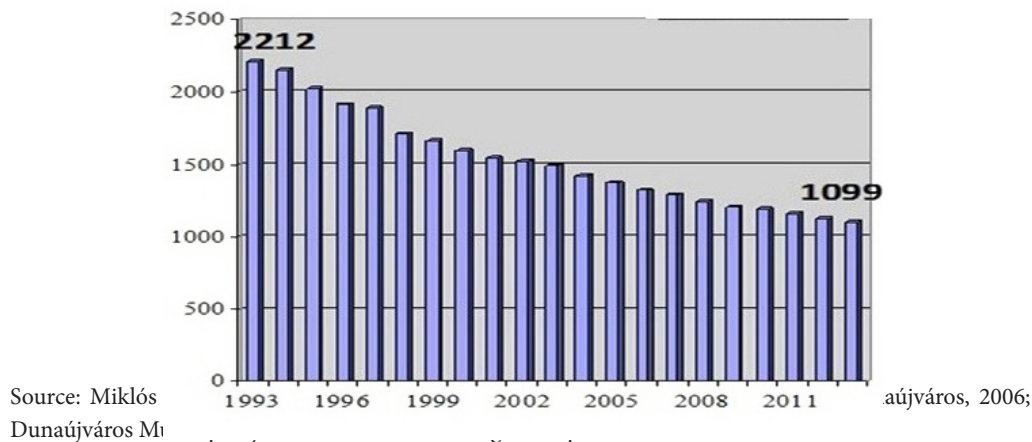
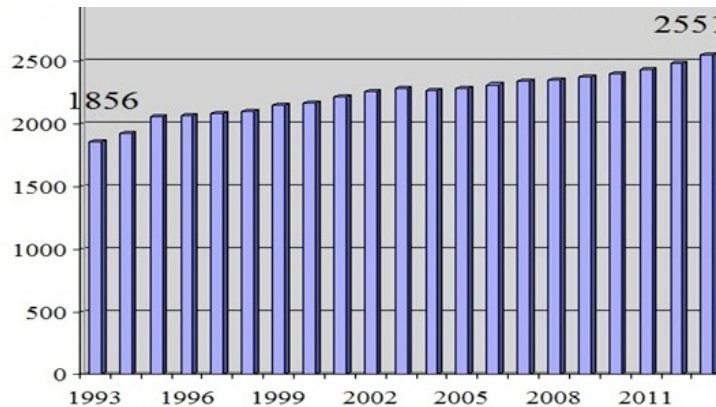


Figure 2. The number of distinct downward trend that matches the national trend.

The following figure shows the number of 3-respecting high school diploma vocational training to present the trend for Dunaújváros:

Figure 3. Secondary school student numbers, data, Dunaújváros (1993-2013).

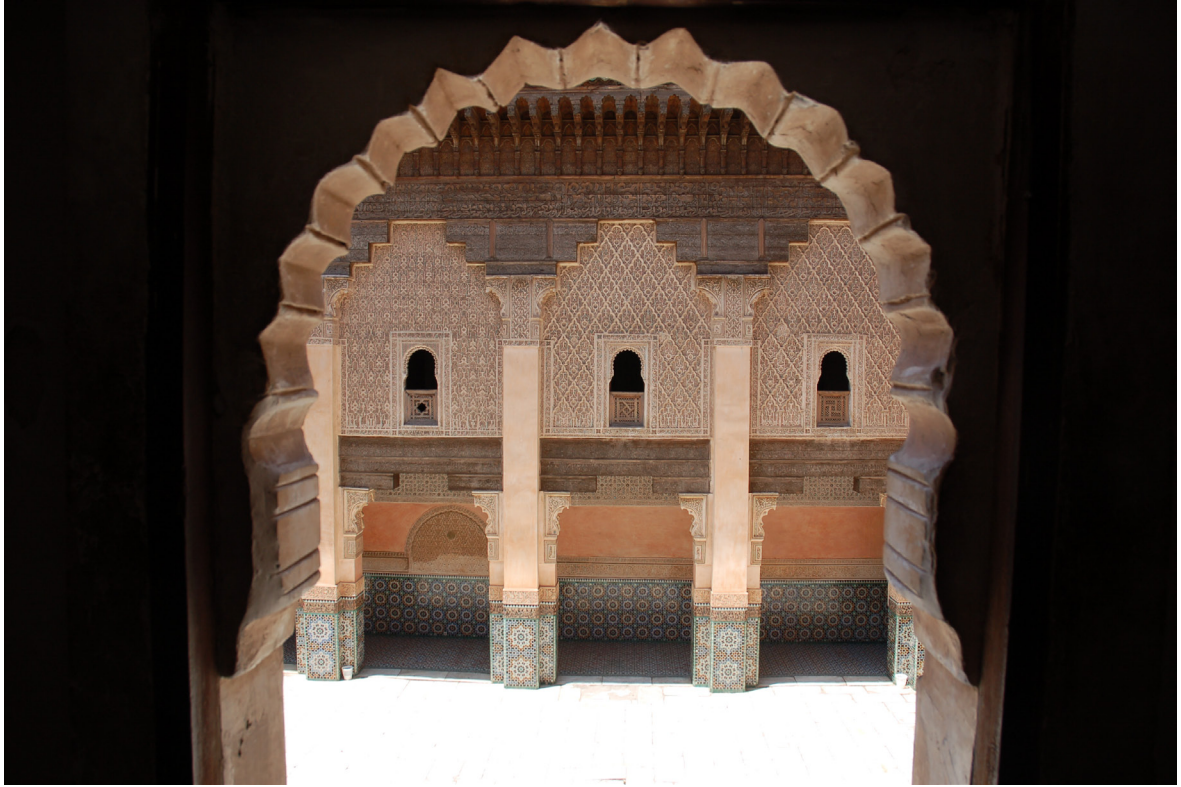


Source: Miklós Illéssy: Distribution of the number of students in each school type Dunaújváros, 2006; Dunaújváros Municipality Public Education management plan of 2013.

The above *Figure 3* illustrates that the Dunaújváros data follow a rising trend nationally. Overall, I conclude that based on the two diagrams Dunaújváros secondary education of my hypothesis was proved.

Summary

Choosing the right profession requires great caution in one's life. The importance of career choices in the years following the change of regime has been of particular importance, as the job market in a market economy only well-trained and up-to-date knowledge with professionals and workers employed. After the regime change, the role of guidance counselors appreciated, since adolescence grade student alone has not been able to take full responsibility for this decision, which is in late-stage integration into the social life will be one of the basic pillars.



Folyóvízi üledékek összehasonlítása nehézfém-tartalom alapján

Összefoglalás: Köztudott, hogy a felszíni vízfolyások és azok árterei, holtágai jelentős ökológiai értéket képviselnek, emellett turisztikai szerepük sem elhanyagolható. Ahhoz, hogy ezeket a területeket fenntarthassuk a jövő nemzedékei számára, szükség van állapotuk folyamatos monitorozására, illetve javítására. Az árterek és holtágak környezeti jellemzőit elsősorban vizük és üledékük vizsgálatával tudjuk jól leírni. Kutatásunk elsődleges célja a Duna dunaújvárosi ártérének, illetve a veszprémi Békatói-árok üledékének nehézfém-tartalom meghatározása és összehasonlítása volt. Vizsgálataink kiterjedtek az üledéken gyökerező növények nehézfém-tartalom vizsgálatára is. A két vizsgálat alapján további célunk volt az üledék-növényzet rendszeren belüli nehézfém-megoszlás meghatározása is.

Kulcsszavak: Üledék, nehézfém-tartalom, Duna, Séd, monitoring.

Abstract: It is well known that the floodplains and oxbow lakes along the rivers mean important ecological merits or corridors for the fauna and flora. They are often used for touristic reasons, so their protection or remediation is very relevant in these days because of the previous or recent industrial or communal pollution. The continuous monitoring and improvement of these areas is needed for conservation. The quality of these floodplains and oxbow lakes can be revealed with the investigation of the quality of the water and the sediment. The main aim of this research is the determination and comparison of the heavy metal content of the river sediment of the floodplain of the river Danube at Dunaújváros and the sediment of the Békatói-trench in Veszprém. Additionally, the heavy metal content of the plants, which are growing on the floodplain, was also analysed. According to these measurements our further purpose was the determination of the heavy metal distribution inside the sediment and plants system.

Keywords: River sediment, heavy metals, monitoring.

* Dunaújvárosi Egyetem

E-mail: kovacsbe@uniduna.hu

** Pannon Egyetem,
Veszprém

E-mail: domokose@uni-pannon.hu

*** Pannon Egyetem,
Veszprém

E-mail: zsofiakovacs@almos.uni-pannon.hu

Bevezetés

A felszíni vízfolyások mentén kialakult árterek és holtágak jelentős ökológiai értéket képviselnek, vagy ökológiai folyosóként funkcionálnak a növény- és állatvilág számára. Ezeket a vizes élőhelyeket gyakran hasznosítjuk turisztikai célokra is, ezért a múltbeli és a jelen ipari, illetve kommunális szennyezések elleni védelmük, vagy rehabilitálásuk jelentős feladatot jelent napjainkban. A szennyezőanyagok közül az egyik legjelentősebb és legveszélyesebb elemeket képviselik a nehézfémek, amelyek a táplálékláncon keresztül képesek akkumulálódni, feldúsulni, s így a későbbiekben kifejtetik toxikus, mutagén, karcinogén és teratogén hatásukat.

Jelen kutatás fő célja különböző folyóvízi üledékek vertikális nehézfém tartalmának meghatározása és összehasonlítása a későbbi terepi kísérletek helyszínének kijelölése céljából, valamint az iszapban megtelepedett növényzet nehézfém-tartalmának vizsgálata. A kutatási eredmények alapján meghatároztuk, hogy mekkora mennyiségben akkumulálódnak a nehézfémek az üledéken gyökerező növényzetben.

Anyag és módszer

MINTAVÉTELEZÉS

A nehézfém-analíziseket Dunaújváros két területére, valamint a Veszprémben található Békatói-árok üledékére végeztük el. Az első mintavételi helyszín a Dunaújváros északi részén kialakított iszap-meddő volt, amelyet 2009-ben hoztak létre a Szabadstrand iszapos üledékének kikotrásával a Duna árterében (1. ábra). Ezen iszap-meddő körül kialakításra került egy vízelvezető árok is, amely közvetlenül a Dunába torkollik. Továbbá egy, szintén a Dunába torkolló, kisebb patak is átfolyik a vizsgálati helyszín déli területén.

Az első mintavételi helyszín GPS koordinátái a következők:

- M1: 46° 59' 22,8" É; 18° 56'31,4" K
- M2: 46° 59' 21,7" É; 18° 56'32,3" K
- M3: 46° 59' 20,9" É; 18° 56'33" K
- M4: 46° 59' 22,3" É; 18° 56'39" K

1. ábra. A dunaújvárosi iszap-meddő mintavételi pontjai (Forrás: Google Earth).



A második mintavételi helyszín (2. ábra) Dunaújváros déli területén található az ISD Dunafer Zrt. szivattyúházai után, a Duna árterében. A korábban kialakított ártéri rekeszek közül az első kettő iszapos üledékéből vettünk mintákat.

A második mintavételi helyszín GPS koordinátái a következők voltak:

- D1: $46^{\circ} 59' 22,8''$ É; $18^{\circ} 56' 31,4''$ K
- D2: $46^{\circ} 59' 21,7''$ É; $18^{\circ} 56' 32,3''$ K

2. ábra. A dunaújvárosi második mintavételi helyszín mérési pontjai (Forrás: Google Earth).



A harmadik mintavételi helyszín Veszprém északi területén található, a veszprémi vasútállomáshoz közel. Az északi, iparterületekkel övezett területen folyik át a Békatói-árok, amely a Séd-patakba torkollik. A mintavételi pontoktól északnyugatra található egy tűzép telep, továbbá a patak bal partján lakott övezet húzódik. A Békatói-árokban folyó vízfolyás felső szakaszán közvetlen kapcsolatba kerül az egykori Bakony Művek régi szennyvíztározójával is.

A harmadik mintavételi helyszín GPS koordinátái:

- BP1 és BPSV: 47°7'7.20" É; 17°54'11.17"K
- BÁ: 47°7'8.25" É; 17°54'9.36"K

3. ábra. A veszprémi mintavételi helyszín mérési pontjai (Forrás: Google Earth).



A rendszeres üledék-analízist az első mintavételi helyszín (M1–M4) esetében 2015. áprilisában és novemberében végeztük el. Kéthetente vettünk mintákat a négy mintavételi helyszín 0–10 cm és 10–20 cm mélységi rétegeiből kézi talajfúró segítségével. A második dunajvárosi helyszínről (D1–D2) és a veszprémi területről (BÁ1, BÁ2, BÁSV) 2016. októberében gyűjtöttük be az üledékmintákat. A D1–D2 pontról 0–10 cm és 10–20 cm mélységi mintákat vettünk, míg a Békatói-árok esetében 0–10 cm mélységből

tudtunk csak üledéket vételezni. A mintavételi területek minden helyszínen átlagosan 1 m²-esek voltak. Minden helyszínről 5 db mintát gyűjtöttünk be.

[1] MSZ 12739/4-78 szabvány

NEHÉZFÉMEK MEGHATÁROZÁSA

Az üledékek nehézfém tartalmát MSZ 12739/4-78 szabvány szerinti, salétromsavas hidrogén-peroxidos kétlépcsős, extrakciós feltárással határoztuk meg [1]. Ennek során a begyűjtött üledékmintákat először tömegállandóságig szárítottuk, majd eltávolítottuk belőlük a szerves maradványokat. Ezután a porított mintákból 5 grammot mértünk be a rotációs bepárlóba (Heidolph Laborota 400), és 20 ml tömény salétromsavat adtunk hozzá. 15 perc elteltével további 10 ml hidrogén-peroxidot adtunk a mintához, majd a feltárás végén leszűrtük az elegyet. A szűrlet nehézfém tartalmát atom abszorpciós spektrométerrel határoztuk meg (AAS, Perkin Elmer AAnalyst 400). Az iszapmintákból kadmium (Cd), cink (Zn), ólom (Pb), nikkel (Ni), réz (Cu) és vas (Fe) tartalmát határoztuk meg. Az extrakciós eljárás folyamatábráját a 4. ábrán mutatjuk be.

A szűrletek nehézfém-koncentrációjából (mg/l), a savazási és az izzítási veszteség tömegéből az alábbi képlet (1) segítségével meghatároztuk az üledékek végső nehézfém tartalmát (mg/kg).

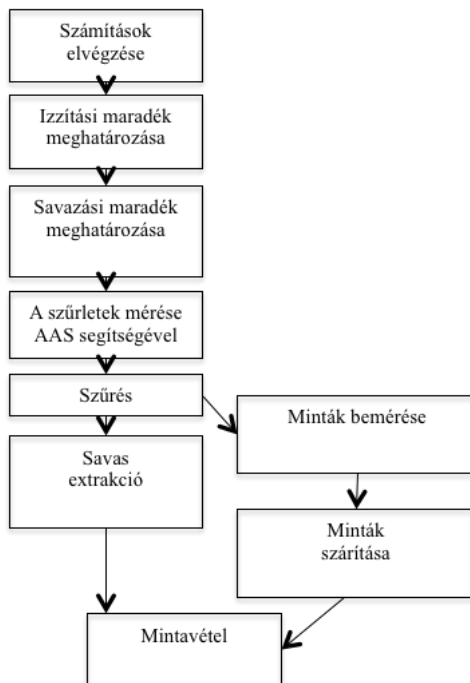
$$c = \frac{c_0 \cdot V}{(1 - s \cdot i) \cdot m} \quad (1)$$

Ahol:

- c_0 : az atom abszorpciós spektrofotométerrel mért koncentráció (mg/l),
- V : a szűrlet térfogata (l),
- s : a savazási maradék tömege (g)/ savazásra bemért minta tömege (g),
- i : az izzítási maradék tömege (g)/ izzításra bemért tömeg (g),
- m : a savazásra bemért üledékminta tömege (kg).

[2] Simon László: Toxikus elemek akkumulációja, fitoindikációja és fitoremedikációja a talaj-növény rendszerben (doktori értekezés, 2006.).

4. ábra. Az összelem feltárás folyamatábrája.



A növényminták nehézfém tartalmának meghatározását szintén tömény salétromsavval és hidrogén-peroxiddal végeztük el [2]. Az elemanalízishez a D2-es pont-ról gyűjtöttünk be parti sás (*Carex riparia*) levelet és gyökeret. A feltárás előtt a növény fő részeit többször leöblítettük ioncserélt vízzel, majd tömegállandóságig szárítottuk. Szárítás után a leveleket és a gyökereket átlagosan 1 mm-nyi részekre vágtuk fel, majd 12 óráig szobahőmérsékleten ($20 \pm 2^\circ\text{C}$) tartottuk tömény salétromsavban. Ezután további 3 óráig $110 \pm 2^\circ\text{C}$ -on kezeltük a mintákat hidrogén-peroxid hozzáadásával. Végül a mintákat leszűrtük és 50 ml-re egészítettük ki desztillált vízzel. A kapott minták nehézfém tartalmát AAS készülékben mértük meg.

A kapott mérési eredmények kiértékelésénél az iszapos üledékmintákat a „6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendelet a földtani közeg és a felszín alatti víz-szennyezéssel szembeni védelméhez szükséges határértékekről és a szennyezések

méréséről” mellékletének határértékeihez hasonlítottuk. A növényminták nehézfém tartalmát a Magyar Takarmány Kódex (2003) [3] mellékleteiben szereplő átlagértékekhez viszonyítottuk.

Eredmények

I. AZ ÜLEDÉKMINTÁK NEHÉZFÉM TARTALMA

Az iszapos üledékmintákból az alábbi nehézfémeket határoztuk meg: kadmium (Cd), cink (Zn), ólom (Pb), nikkel (Ni), réz (Cu) és vas (Fe).

1. Az üledékminták kadmium tartalma

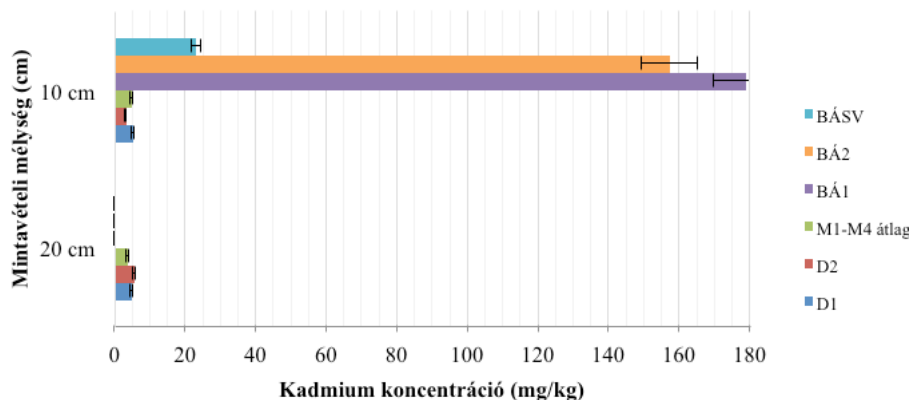
Az 5. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az üledékminták kadmium tartalma mindenhol meghaladta a „6/2009. (IV. 14.) KvVM-EüM-FVM együttes rendeletben” meghatározott határértéket (1 mg/kg). A három mérési helyszínt összehasonlítva a Békatói-árokba vett minták kadmium tartalma volt a legmagasabb. A 0–10 cm mélységet vizsgálva látható, hogy a legmagasabb kadmium tartalmat a BÁ1 pont üledékében mértük, utána következett a BÁ2 és BÁSV mintavételi helyszíni üledéke. A veszprémi mintáknál kevesebb kadmiumot tartalmaztak a D1, M1-M4 helyekről vett minták. Az M1–M4 pont átlagkoncentrációja [4] és a D1-D2 helyszíni kadmium tartalmát összehasonlítva a kadmium tartalom átlagosan ugyanakkora volt. A D1 és D2 mintavételi helyek esetében a 10 és a 20 cm-es rétegek között jelentősebb koncentrációváltozás nem volt tapasztalható. A D2 helyen kisebb növekedés volt megfigyelhető a mélység függvényében.

[3] 44/2003 (IV. 26.) FVM rendelet a Magyar Takarmánykódex kötelező előírásairól.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska –Jagoda Sledz: *A Dunaiújvárosi Szabadstrand és iszapmeddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: A Dunaújvárosi Szabad-stand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.

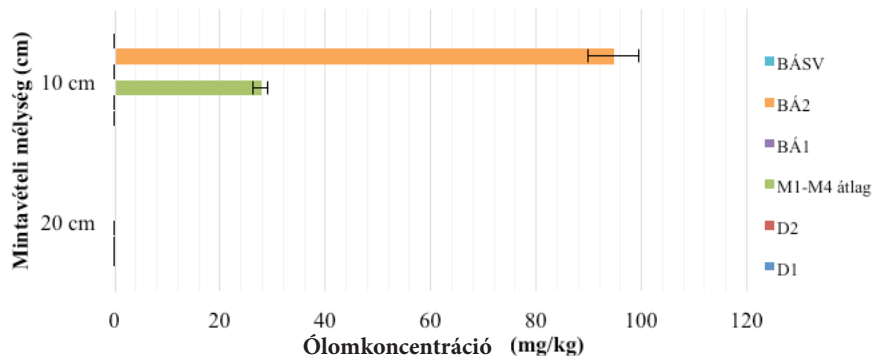
5. ábra. Az üledékminták kadmium tartalma.



2. Az üledékminták ólom tartalma

Az üledékben található ólom jogszabály szerinti határértéke 100 mg/kg. A 6. ábra eredményeiből megállapítható, hogy a mért koncentrációk határérték alattiak voltak. A három mérési helyszín közül csak a Békatói-árok 2. mérőhelyéről (BÁ2) vett üledékből mutattunk ki ólom tartalmat 2016-ban. 2015-ben az M1–M4-es mérési helyeken vett üledékminták ólomkoncentrációjához képest [4] ez az érték csaknem 3-szoros volt. A D1 és D2-es mérési helyszínek üledékmintáiban az ólom nem volt detektálható.

6. ábra. Az üledékminták ólom tartalma.

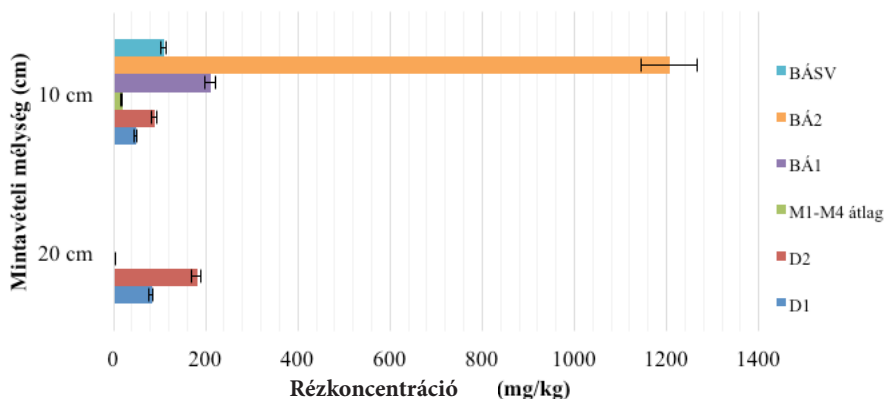


3. Az üledékminták réz tartalma

Az üledékminták réztartalom-eloszlásánál megállapítható, hogy a D2-es mérőhely, valamint a Békatói-árokba vett minták réztartalma meghaladta az előírt határértéket, ami 75 mg/kg. A D1 helyszínről begyűjtött üledékminták réztartalma átlagosan a határérték alatt maradt. Összehasonlítva a D1–D2 mérőhely vertikális mintáit megfigyelhető, hogy a mélység növekedésével a réztartalom is növekedett, és D1 ponton vett minták réztartalma kisebb volt, mint a D2-es helyszín üledékében mérhető rézkoncentráció. Ha összehasonlítjuk a mérőhelyek réztartalmát, akkor elmondható, hogy a legszennyezettebb terület a Békatói-árok (BÁ2, BÁ1, BÁSV), ezután következett a D1 és D2 terület. Az M1–M4-es mérési helyszín átlagos réztartalma [4] kisebb volt a dél-dunaújvárosi terület, illetve a Békatói-árok mérési eredményeinél.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaújvárosi Szabadstrand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

7. ábra. Az üledékminták réztartalma.



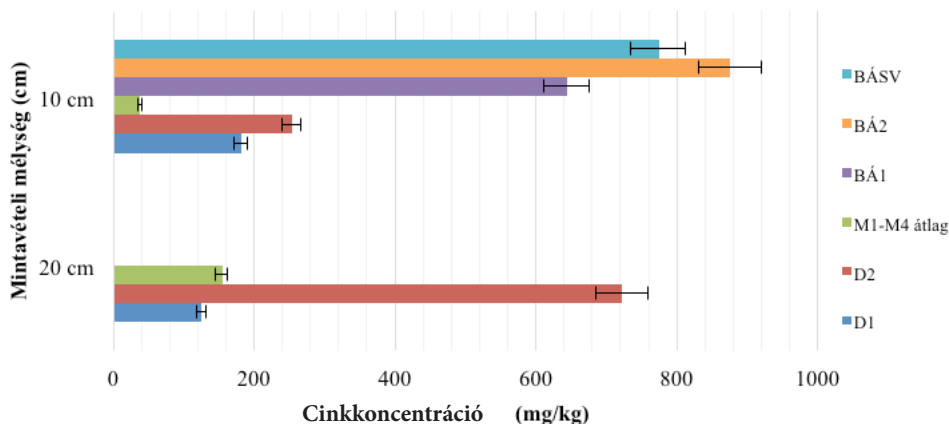
[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaújvárosi Szabad-stand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

[5] 6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendelet a földtani közeg és a felszín alatti víz szennyezéssel szembeni védelméhez szükséges határértékekről és a szennyezések méréséről.

4. Az üledékminták cink tartalma.

A 6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendelet [5] által előírt határérték az üledékben mérhető cink tartalomra 200 mg/kg. A 8. ábra alapján látható, hogy a három mérőhely közül a D2-es helyszínről, valamint a Békatói-árokba vett minták cinktartalma haladta meg akár négyszeresen ezt a határértéket. Ha összehasonlítjuk az M1–M4-es terület 2015. évi átlagértékeit [4] a D1–D2 mérőhely cinkkoncentrációjával, akkor megállapítható, hogy a D1 és D2-es mintavételi helyeken mért cink-tartalom nagyobb, mint az M1–M4-es területé. Amennyiben a D1 és D2-es mérési pontok 0–10 cm-es és a 10–20 cm-es mintáit hasonlítjuk össze, látható, hogy a D1 ponton mért cinktartalmak mindkét rétegben kisebbek, mint a D2-es ponton mért koncentrációk. Amíg a D1 mérőhelyen csökkent a cink tartalom a 20 cm-es réteggig, addig a D2 mérőhelyen növekedett a cink tartalom a mélység függvényében. A Békatói-árok mintavételi helyeiről vett üledékminták cink tartalma nagyobb volt, mint a dunai mintákban mérhető koncentráció. A veszprémi üledékminták adatait tekintve a legnagyobb cinktartalmakat a BÁ2-es ponton mértük.

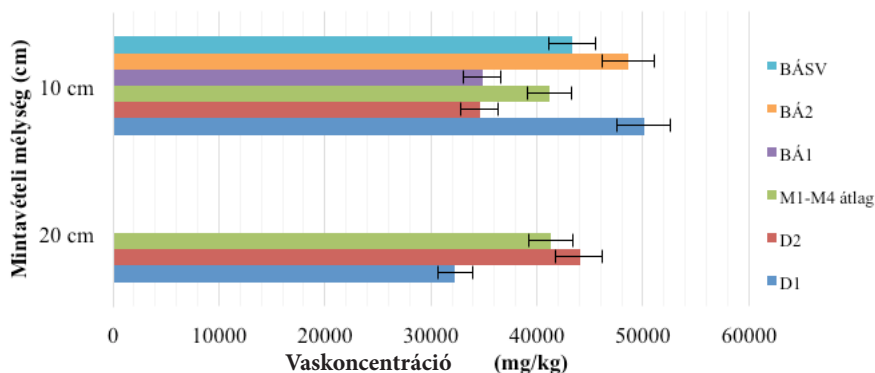
8. ábra. Az üledékminták cink tartalma.



5. Az üledékminták nikkel tartalma

A nikkelt tartalomra jogszabály által előírt határérték 40 mg/kg. A három mérési helyszín közül csak a Békai-árból vett üledékmintákban volt nikkel kimutatható. A kapott koncentrációk többszörösen meghaladták az előírt határértéket. A Békai-árból vett mintákban a legnagyobb nikkel tartalom a 2. mérési helyszínen (BÁ2) volt mérhető. A legkevesebb nikkel koncentrációt a patak sodorvonalából vett üledékből mutattunk ki. A dunai üledékmintákban sem az előző, sem az idei évben nem volt kimutatható nikkel tartalom [4].

9. ábra. Az üledékminták nikkel tartalma.



6. Az üledékminták vastartalma

Mivel a 6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendelet [5] nem ír elő határértéket az üledékek vastartalmára, ezért eredményeinket a 2003-ban elkészített Közös Duna Felmérés (Joint Danube Survey) eredményeihez hasonlítottuk. Ebben a felmérésben Adonynál és Dunaföldváránál mérték meg a Duna iszapjának vastartalmát. Mindkét város Dunaujvároshoz közel található, ezen mérési pontok átlagértéke (25 g/kg). Az általunk vizsgált iszapmintákban (10. ábra) közel kétszer nagyobb vastartalmat mértünk. A veszprémi és a dunaujvárosi minták vastartalma hasonlóan mondható (35–50 g/kg közötti). Ha összehasonlítjuk a dunai üledékminták

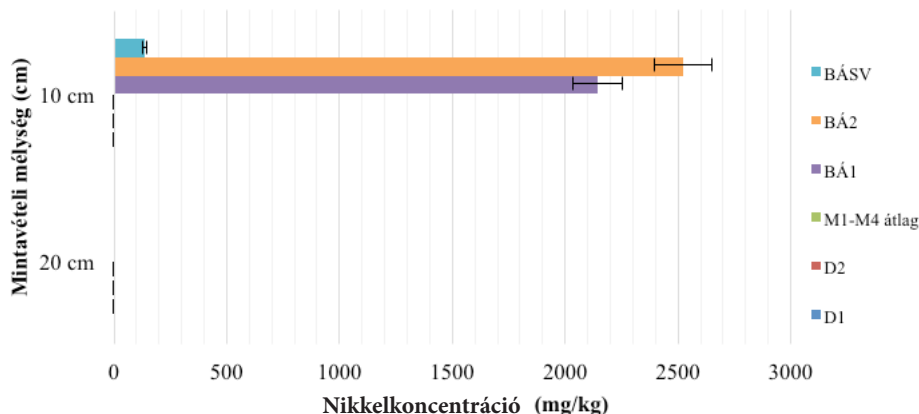
[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyana Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaujvárosi Szabadstrand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

[5] 6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendelet a földtani közeg és a felszín alatti víz szennyezéssel szembeni védelméhez szükséges határértékekről és a szennyezések méréséről.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaújvárosi Szabad-stand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

vertikális vastartalmát D1 és D2 ponton, akkor megállapítható, hogy a D1 helyen csökkent, D2 helyen növekedett a vastartalom a mélység függvényében. A dunaújvárosi két mérési helyszín adatai között [4] szignifikáns különbség nem látható.

10. ábra. Az üledékminták vastartalma.



Összefoglalva a dunaújvárosi és a veszprémi üledékmintákból mért nehézfém koncentrációkat a 6/2009. (IV. 14.) KvVM–EüM–FVM együttes rendeletben meghatározott határértékkel (1. táblázat) megállapítható, hogy:

- Mindhárom mérési helyszín kadmium tartalma a határérték felett volt. A nagyobb kadmium tartalom a veszprémi üledékmintákból volt kimutatható.
- Ólom tartalom nem mindig volt mérhető a dunai üledékmintákból. 2016-ban csak a Békátói-árokba vett iszapmintákból volt ez az elem kimutatható, amely koncentráció határérték alatt volt.
- A réz-, a cink- és a nikkel tartalmak mérési eredményei hasonlóképpen alakultak. A legnagyobb tartalmak a Békátói-árok üledékében voltak mérve, amely mindhárom elem esetében határérték feletti tartalmakat jelentett. A dunai üledékeket esetében csak réz és cink volt mérhető, a két helyszín mérőhelyei közül csak a D2-es mérőhely mintáiban mértünk határérték feletti cink koncentrációkat.
- Nikkel tartalmat a dunai üledék mintákból nem tudtunk mérni.
- A vastartalom mindhárom mérési helyszín mintáiban hasonló mértékű volt, az átlagértékhez (25 g/kg) viszonyítva közel dupla annyit (50 g/kg) mértünk.

1. táblázat. Az üledékminták határértékekhez viszonyítása
(HF: határérték felett, HA: határérték alatt).

Mérőhely	Cd	Pb	Cu	Zn	Ni	Fe
D1-D2	HF	-	HF	D1 HA D2 HF	-	AF
M1-M4	HF	-	HA	HA	-	AF
BA 1-2-SV	HF	HA	HF	HF	HF	AF

Ha a mért nehézfém-tartalom alapján összehasonlítjuk a három mérési helyszínt (2. táblázat), akkor elmondhatjuk, hogy minden vizsgált elem esetében a legszennyezettebb terület a veszprémi Békatói-árok volt (BÁ1, BÁ2, BÁSV). Ezt követik a dél-dunaújvárosi holtágak mérőhelyei (D1, D2), és legkevésbé volt szennyezett terület az észak-dunaújvárosi, iszapmeddő (M1–M4).

2. táblázat. Mintavételi helyek összehasonlítása.

Sorrend	Cd	Pb	Cu	Zn	Ni	Fe
1. (legnagyobb koncentráció)	BA	BA	BA	BA	BA	hasonló
2.	D1-D2	M1-M4	D1-D2	D1-D2	-	
3. (legkisebb koncentráció)	M1-M4	-	M1-M4	M1-M4	-	

II. NÖVÉNYMINTÁK NEHÉZFÉM TARTALMA

2015-ben az M1–M4-es mérési helyekről angol perje (*Lolium perenne*), míg 2016-ban a D1 és D2-es területekről parti sás (*Carex riparia*) mintákat gyűjtöttünk be. A parti sásminták gyökerének és levelének nehézfém tartalmát salétromsavas hidrogén-peroxidos feltárást követően, a folyóvízi üledékekhez hasonlóan atom abszorpciós spektrofotométerrel határoztuk meg. A nehézfémek közül a következőket mértük meg:

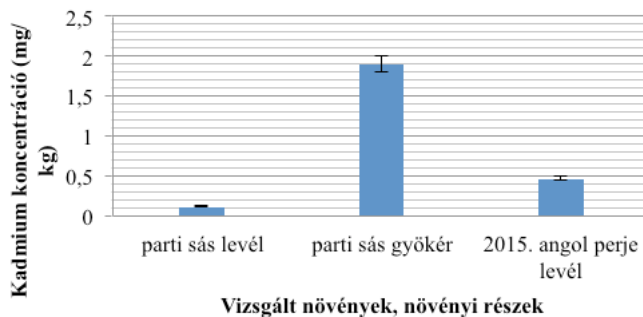
[3] 44/2003 (IV. 26.) FVM rendelet a Magyar Takarmány-kódex kötelező előírásairól.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: A Dunaújvárosi Szabad-stand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.

kadmium, réz, cink, ólom, nikkel és vas. A vizsgált nehézfémekre kapott eredményeinket a Magyar Takarmány Kódexben (2003) [3] meghatározott átlagértékekhez viszonyítottuk.

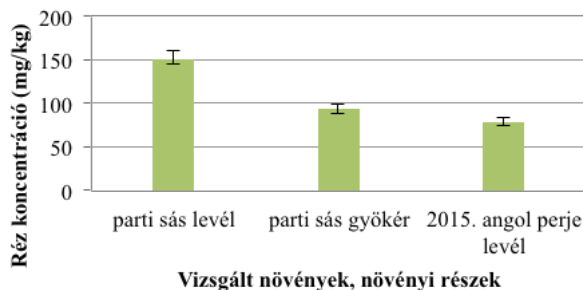
A 11. ábra mutatja be a növénymintákban mért kadmium tartalmakat, amely alapján megállapítható, hogy a parti sás minták esetében a mért kadmium koncentrációk a gyökérzetben többszörösen meghaladták az átlagértéket (0,5 mg/kg). Elmondható, hogy a parti sás esetében a kadmium inkább a gyökérzetben akkumulálódott. Az angol perje levelében mért kadmium koncentráció nagyobb volt, mint a parti sás leveléből mért érték. [4]

11. ábra. A növényminták kadmium tartalma.



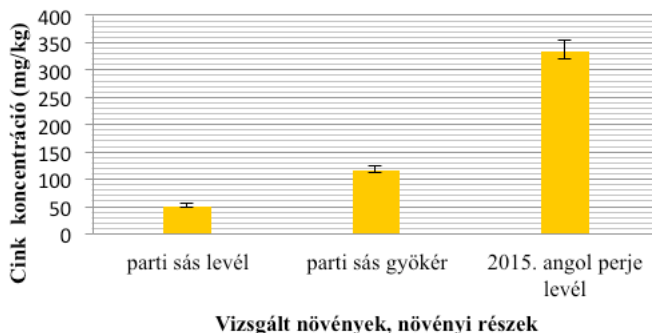
A 12. ábráról leolvashatjuk a növénymintákból meghatározott réz tartalmakat. A növényminták réztartalma mindhárom esetben meghaladta az átlagértéket (35 mg/kg). A parti sás levélzetében nagyobb réztartalom volt kimutatható, mint a gyökérzetben, így elmondható, hogy ennél a növénynél a réz inkább a levélzetben dúsult fel. A parti sáslevélből meghatározott réz koncentráció kétszer akkora volt, mint az angol perje leveléből kimutatott tartalom [4].

12. ábra. A növényminták réztartalma.



A vizsgált kétfajta növényminta közül az angol perje levelében volt a legnagyobb, átlagérték (250 mg/kg) feletti cinktartalom kimutatható (13. ábra) [4]. A parti sás mintákból meghatározott koncentráció az átlagérték alatt volt. Ha összehasonlítjuk a parti sás gyökerében és levelében mért cink tartalmakat, a gyökérzetből kimutatott cink koncentráció kétszer akkora volt, mint a levelében mért érték.

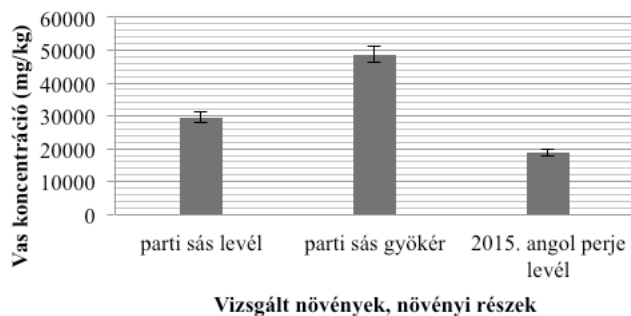
13. ábra. A növényminták cinktartalma.



A növényminták vastartalmát összehasonlítva elmondható, hogy a parti sás gyökerében és levelében nagyobb volt, mint az angol perje levelében (14. ábra) [4]. A parti sás gyökérzete jobban akkumulálta a vasat, mint a levélzet. Az angol perje leveléből kevesebb vas volt kimutatható, mint a parti sás levélzetéből.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaiújvárosi Szabad-stand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

14. ábra. A növényminták vastartalma.



Ha összefoglaljuk a kétfajta növénymintákból feltárt nehézfém tartalmakat (3. táblázat), megállapítható, hogy:

- a legnagyobb kadmium tartalom a parti sásminták gyökérzetében volt mérhető, ebben az esetben a kadmium tartalom meghaladta a javasolt átlagértéket.
- Ha a rézkoncentrációt vizsgáltuk meg, mindkét növényben a javasolt átlagérték feletti réztartalmakat kaptunk.
- A cinktartalom mérési eredményei szerint csak az angol perje levelében mértünk a javasolt átlagérték feletti koncentrációt, a parti sás gyökérzetében és levelében átlag alatti tartalmak voltak kimutathatók.
- Nikkeltartalmat egyik növényfajta esetében sem tudtunk kimutatni.
- A vastartalmat vizsgálva a parti sásminták részeiben mértünk nagyobb koncentrációkat. A parti sás levele és gyökérzete közül az utóbbiban akkumulálódott több vas.

3. táblázat. Növényminták nehézfém tartalma (ÁF: átlagérték felett, AA: átlagérték alatt).

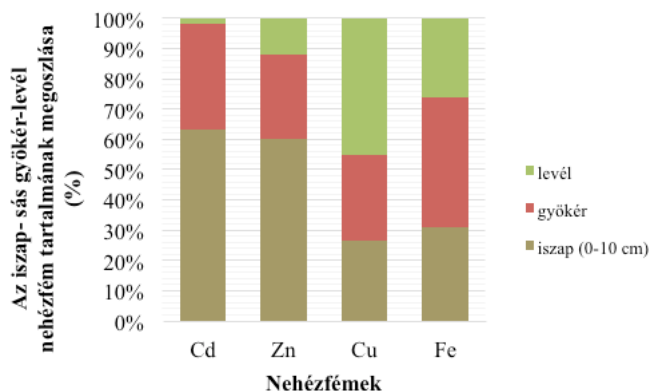
Növényi rész	Cd	Cu	Zn
Sás gyökér	ÁF	ÁF	AA
Sás levél	AA	ÁF	AA
Angol perje levél	AA	ÁF	ÁF

III. NÖVÉNY-ISZAPOS ÜLEDÉK RENDSZER NEHÉZFÉM-TARTALOM MEGOSZLÁSA

Miután megmértük az iszapos üledékminták és az azon gyökerező növényminták, növényi részek nehézfém tartalmát, összeadva ezen elemtartalmakat (100%), meghatároztuk a növényüledék-rendszer nehézfém-tartalom-megoszlását.

A 15. ábra alapján megállapítható, hogy a parti sás (*Carex riparia*) esetében a kadmium (Cd), a cink (Zn) és a vas (Fe) elemeket jobban akkumulálta a gyökérzet, mint a levélzet. A réz (Cu) esetében ennek fordítottja volt tapasztalható, ez az elem inkább a növény leveléből volt nagyobb mértékben kimutatható. A kadmiumot és a cinket a növény nehezebben építette be a leveleibe, hiszen a levelekben csupán az elem 5–15%-a volt mérhető.

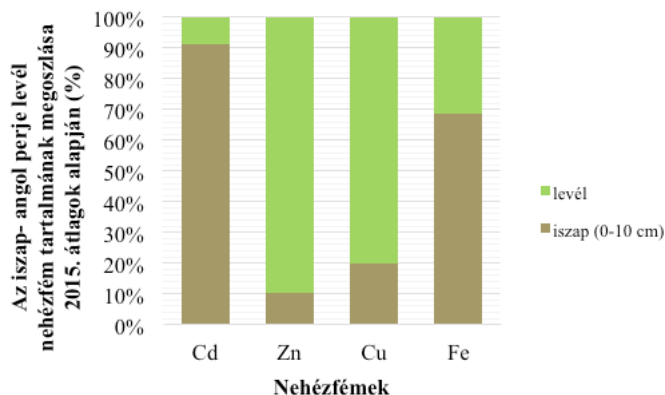
15. ábra. Az üledék- és növényminták nehézfém tartalmának megoszlása sás növény esetében.



Az angol perje (*Lolium perenne*) esetében (16. ábra) csak a levelek nehézfém tartalmát határoztuk meg [4]. Ennél a növénynél a cink (Zn), és a réz (Cu) jobban akkumulálódott a levélben, mint a kadmium (Cd) és a vas (Fe). E két utóbbi elem inkább az üledékből volt kimutatható, tehát nehezebben felvehető, beépíthető a növény számára.

[4] Kovács-Bokor Éva–Kiss Endre–Martyna Szydłowska–Jagoda Sledz: *A Dunaiújvárosi Szabadstand és iszap-meddőhányó üledékének nehézfém-tartalom vizsgálata.*

16. ábra. Az üledék- és növényminták nehézfém tartalmának megoszlása angol perje esetében.



Ha összefoglaljuk az üledék és a növények közötti nehézfém megoszlást (4. táblázat) elmondható, hogy a parti sás-üledék rendszerben a kadmium és a cink jellemzően inkább az üledékben volt meghatározó mennyiségben, míg a réz és a vas könnyebben volt felvehető a növények számára. Az angol perjeüledék rendszerénél a kadmium és a vas voltak jellemzően azok az elemek, amelyek inkább az üledékben voltak számottevő arányban, a réz és a cink nagyobb arányban fordult elő a növény levelében.

4. táblázat. Növényminták akkumulációja szerint.

Növényi rész	Cd	Cu	Zn	Fe
Sás gyökér	x		x	x
Sás levél		x		
Angol perje levél		x	x	

Összegzés

Jelen kutatás egyik fő célja volt a különböző folyóvízi üledékek vertikális nehézfém tartalmának meghatározása és összehasonlítása a későbbi terepi kísérletek helyszínének kijelölése céljából. Eredményeink alapján megállapítjuk, hogy a három vizsgált terület közül a legszennyezettebb a veszprémi Békatói-árok volt. Kevésbé szennyezett területeknek bizonyultak az észak-dunaújvárosi és a dél-dunaújvárosi mérési helyszínek. A Békatói-árok üledékében az összes vizsgált elem kimutatható volt, ezek koncentrációja, az ólom kivételével, a megengedett határértéket meghaladta.

A kutatás másik célkitűzése volt az iszapon megtelepedett növényzet nehézfém tartalmának vizsgálata. A kísérleteinkhez kétfajta növénymintát használtunk fel. Az észak-dunaújvárosi iszapmeddőről angol perje (*Lolium perenne*) mintákat, a dél-dunaújvárosi holtágakból parti sás (*Carex riparia*) mintákat gyűjtöttünk be. A növényminták nehézfém tartalma alapján megállapítható, hogy a legnagyobb kadmium tartalom a parti sásminták gyökérzetében volt mérhető, ebben az esetben a koncentráció meghaladta a Magyar Takarmány Kódexben (2003) javasolt átlagértéket. Mindkét növényben a javasolt átlagérték feletti réztartalmakat kaptunk. A cinktartalom mérési eredményei szerint csak az angol perje levelében mértünk a javasolt átlagérték feletti koncentrációt. Nikkel tartalmat egyik növényfajta esetében sem tudtunk kimutatni. A vastartalmat vizsgálva a parti sásminták részeiben mértünk nagyobb koncentrációkat.

Az üledék és a növények közötti nehézfém megoszlás alapján megállapítjuk, hogy a parti sás-üledék rendszerben a kadmium és a cink jellemzően inkább az üledékben volt meghatározó mennyiségben, míg a réz és a vas könnyebben volt felvehető a növények számára. Az angolperje-üledék rendszerénél a kadmium és a vas voltak jellemzően azok az elemek, amelyek inkább az üledékben voltak számottevő arányban, a réz és a cink nagyobb arányban fordult elő a növény levelében.



On the discriminant curves of simple ODE models

Abstract: In this work the application of parametric prepresentation method is introduced. Some bifurcation curves of ordinary differential equations are constructed.

Keywords: Parametric representation method, Discriminant curve, Ordinary differential equation.

Absztrakt: A parametrikus reprezentáció módszerének néhány alkalmazását mutatjuk be ebben a dolgozatban. Számos közönséges differenciálegyenlet bifurkációs görbéjét állítjuk elő a módszer alkalmazásával.

Kulcsszavak: Parametrikus reprezentáció módszere, diszkrimináns görbe, közönséges differenciálegyenlet.

Introduction

In what follows we shortly introduce some systems of differential equations applied to model economic, chemical or biological phenomena. Determining the number of the stationary points is the elementary task to investigate a dynamical system. Bifurcation curves give the simplest method to find the number of stationary points. The parametric representation method [1] is applied to find these bifurcation curves of the models. In chapter 2 the applied method is introduced. In chapter 3 an economical model is investigated. In chapter 4 the bifurcation curve of a chemical reaction is derived. In chapter 5 a biological model is considered. In chapter 6 the discriminant curve of a threevariable model is investigated.

Parametric representation method (PRM)

The main theorems of PRM stated in this section are proved in a more general form in [1].

Let us consider the equation $\dot{X}(t) = H(X(t), u)$ (1)

* Dunaiújvárosi Egyetem,
Matematika és Számítástudományi Tanszék
E-mail: nagy.balint@uniduna.hu

[1] Simon, P. L.–Farkas, H.–Wittmann, M. (1999): Constructing global bifurcation diagrams by the parametric representation method. *J. Comp. Appl. Math.* 108. Pp. 157–176.

[2] Wodarz, D.–Christensen, J. P.–Thomsen, A. R. (2002): The importance of lytic and nonlytic immune responses in viral infections. *TRENDS in Immunology*. Vol. 23. No. 4

where $H: R^n \times R^k \rightarrow R^n$ is a differentiable function, $X \in R^n$ is the vector of state variables and $u \in R^k$ is the vector of parameters. Assuming that the system of equations

$$H(X, u) = 0 \quad (2)$$

giving the stationary points can be reduced to a single equation and two parameters, u_1 and u_2 are involved linearly in the right-hand side of the reduced equation. Hence the reduced equation can be written in the form

$$h_0(x) + h_1(x)u_1 + h_2(x)u_2 = 0 \quad (3)$$

The implicit function theorem states that the number of solutions of equation (2) can change if (3) and

$$h'_0(x) + h'_1(x)u_1 + h'_2(x)u_2 = 0 \quad (4)$$

hold where prime denotes the differentiation with respect to x . We introduce the singularity (or saddle-node bifurcation) set S

$$S = \{(u_1, u_2) \in R^2: \text{exists } x \in R, (3) \text{ and } (4) \text{ hold}\} \quad (5)$$

The singularity set can be given by the PRM as a curve parameterized by x . The solutions of (1) belonging to a given parameter pair can be determined by a geometric algorithm. Let us solve equations (3)-(4) for u_1 and u_2

$$u_1 = D_1(x) = \frac{h_2(x)h'_0(x) - h_0(x)h'_2(x)}{h_1(x)h'_2(x) - h_2(x)h'_1(x)} \quad (6)$$

$$u_2 = D_2(x) = \frac{h_0(x)h'_1(x) - h_1(x)h'_0(x)}{h_1(x)h'_2(x) - h_2(x)h'_1(x)} \quad (7)$$

This solution is the parametric form of the D-curve. Using this curve we can determine the number and the value of the solutions x of (2), because the following lemmas hold [2].

Tangential property: The number $x \in R$ is a solution of equation (2) for the parameter values u_1 and u_2 if and only if a tangent line can be drawn from the point $(u_1; u_2)$ to the D-curve at the point $D(x)$.

Convexity property: The D-curve consists of convex arcs that join with common tangent or asymptote. The convexity of the separate arcs means that they lie on one side of the tangent line belonging to any point of the arc.

The D-curve can be plotted in the plane of $(u_1; u_2)$. Let $(u_1^*; u_2^*)$ be a parameter pair that is moved in the parameter plane. If $(u_1^*; u_2^*)$ crosses the D-curve, the number of stationary points of (2) changes by two, the system undergo a saddle-node bifurcation. [1, 3]

The Gray–Scott-model

In what follows an economic model introduced in [4] is investigated from the bifurcation point of view.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -(a+b)x + y^2 - xy^2 + b \\ \dot{y} &= -bx - (a+d)y + ac + y^2 - xy^2 + b\end{aligned}$$

Here x and y are the state variables and a, b, c, d are real constants. First the stationary points of this system is considered, thus we write the following system of equations

$$0 = -(a+b)x + y^2 - xy^2 + b \quad (8a)$$

$$0 = -bx - (a+d)y + ac + y^2 - xy^2 + b \quad (8b)$$

From the equation (8b)–(8a)

$$0 = -bx - (a+d)y + ac + (a+b)x$$

variable x can be expressed in terms of y

$$x = \frac{(a+d)y - ac}{a}. \quad (9)$$

Using (9) the equation (8a) can be written as

$$0 = c \cdot a(a + y^2 + b) - d \cdot y(a + b + y^2) + ay^2 - a^2y - aby - ay^3 + ab.$$

[1] Simon, P. L.–Farkas, H.–Wittmann, M. (1999): Constructing global bifurcation diagrams by the parametric representation method. *J. Comp. Appl. Math.* 108. Pp. 157–176.

[3] Kuznetsov, Y. A. (2004): *Elements of Applied Bifurcation Theory*. New York: Springer.

[4] Georgescu, A. (2004): Dynamic bifurcation diagrams for some models in economics and biology. *Acta Universitatis Apulensis. Alba Iulia. Acta* 8.

[1] Simon, P. L.–Far-
kas, H.– Wittmann,
M. (1999): Const-
ructing global bifur-
cation diagrams by
the parametric rep-
resentation method.
J. Comp. Appl. Math.
108. Pp. 157–176.

[5] Murray, J. D.
(2001): *Mathematical
Biology*. Springer.
IAM Vol. 17.

and the functions h_0, h_1 and h_2 from (3) are

$$h_0 = ay(y - a - b - y^2) + ab, h_1 = a(a + y^2 + b), h_2 = y(a + b + y^2).$$

$$h'_0 = 2ay - ab - a^2 - 3ay^2, h'_1 = 2ay, h'_2 = -3y^2 - a - b.$$

Hence parameters $c=u_1$ and $d=u_2$ can be used as two control parameters and can be expressed in terms of a, b and y :

$$c(y, a, b) = -\frac{b^2 + 2by^2 + ab + y^4 - ay^2}{(y^2 + a + b)^2},$$

$$d(y, a, b) = -\frac{a(a^2 + 2ab + 2ay^2 - 2ay + b^2 + 2by^2 + y^4)}{(y^2 + a + b)^2}.$$

Finally the parametric form of the discriminatn curve is $(c(y, a, b), d(y, a, b))$.

A chemical reaction

In this chapter the saddle-node bifurcation of a two variable chemical reaction system is investigated using the parametric representation method [1]. Let us consider the following differential equation [5].

$$\dot{x} = k_1 \frac{y^2}{K+y^2} - k_2 x \quad (10)$$

$$\dot{y} = h_1 \frac{x^2}{H+y^2} - h_2 y, \quad (11)$$

Here x and y represent the two reagent and k_1, k_2, h_1, h_2, K, H are positive constants. For the stationary points

$$0 = k_1 \frac{y^2}{K+y^2} - k_2 x \quad (12a)$$

$$0 = h_1 \frac{x^2}{H+y^2} - h_2 y. \quad (12b)$$

From equation (12b) y can be expressed as follows:

$$y = \frac{h_1 x^2}{h_2 (H+x^2)}. \quad (13)$$

Substituting (13) into (12a) we have

$$\frac{k_1 h_1^2 x^4}{h_2^2 (H+x^2)^2} = k_2 x \left(K + \frac{h_1^2 x^4}{h_2^2 (H+x^2)^2} \right). \quad (14)$$

Let the control parameters be k_1 and K . The discriminant curve can be plotted in the (k_1, K) parameter plane. The system defining the stationary points of (10)–(11) can be written in the form

$$0 = f_0 + f_1 k_1 + f_2 K = f(k_1, K, x)$$

Here $k_1 = u_1$, $K = u_2$, $f_0 = k_2 h_1^2 x^5$, $f_1 = -h_1^2 x^4$

and $f_2 = h_2^2 k_2 x (H + x^2)^2$.

The number of stationary points can change if the derivative of $f(k_1, K, x)$

with respect to x is 0, hence $f'(k_1, K, x) = 0$ holds.

Finally k_1 and K can be expressed in terms of x :

$$k_1 = \frac{f_0 f_2' - f_2 f_0'}{f_2 f_1' - f_1 f_2'} \quad K = \frac{f_1 f_0' - f_0 f_1'}{f_2 f_1' - f_1 f_2'}.$$

The control parameters can be identified in a different way in model (10)–(11). As can be seen from (6–14) k_1 and h_2^2 are involved linearly, hence these parameters can be used as control parameters as well. The system can be written as

$$0 = f_0 + f_1 k_1 + f_2 K = f(k_1, h_2^2, x).$$

Here

$$k_1 = u_1, h_2^2 = u_2, f_0 = -h_1^2 x^4, f_1 = k_2 K x (H^2 + 2Hx^2 + x^4), f_2 = k_2 h_1^2 x^5.$$

The number of stationary points can change if $f'(k_1, h_2^2, x) = 0$ holds.

From the system $f = 0$ and $f' = 0$

$$k_1 = \frac{f_0 f_2' - f_2 f_0'}{f_2 f_1' - f_1 f_2'} \quad \text{and} \quad h_2^2 = \frac{f_1 f_0' - f_0 f_1'}{f_2 f_1' - f_1 f_2'}.$$

[6] Wodarz, D.–Christensen, J. P.–Thomsen, A. R. (2002): The importance of lytic and nonlytic immune responses in viral infections. *TRENDS in Immunology*. Vol. 23. No. 4

A biological model

Wodarz et al. introduced the following model [6]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \lambda - dx - \frac{\beta xy}{qz+1} \\ \dot{y} &= \frac{\beta xy}{qz+1} - ay - pyz \\ \dot{z} &= cy - bz\end{aligned}$$

Here x stands for the host, y is the virus load and z is the immun response. For the stationary points we have:

$$0 = \lambda - dx - \frac{\beta xy}{qz+1} \quad (15a)$$

$$0 = \frac{\beta xy}{qz+1} - ay - pyz \quad (15b)$$

$$0 = cy - bz \quad (15c)$$

Variable y can be expressed from (15c)

$$y = \frac{b}{c} z$$

hence from (15a)

$$x = \frac{c\lambda(qz+1)}{cd + (cdq + \beta b)z'}$$

Introducing new variable $t=qz+1$ equation (15b) can be written

$$a(cdt + \beta bz) + p(cdtz + \beta bz^2) - \lambda \beta c = 0 \quad (16)$$

Finally control parameters p and a can be expressed:

$$\begin{aligned}p &= -\frac{\beta \lambda c(b\beta + cdq)}{(b\beta z + cdt)^2} \\ a &= \frac{\beta \lambda c(2b\beta z + cd(1 + 2qz))}{(b\beta z + cdt)^2}\end{aligned}$$

The Vallis-model

The El Nino – Southern Oscillation phenomenon can be investigated by the following equations [6,7]

$$\dot{u} = \frac{B(T_e - T_w)}{2x} - C(u - u^*)$$

$$\dot{T}_w = \frac{u}{2x}(\bar{T} - T_e) - A(T_w - T^*)$$

$$\dot{T}_e = \frac{u}{2x}(T_w - \bar{T}) - A(T_e - T^*)$$

From equations (1)–(3) the stationary points can be found. It is assumed that $\bar{T}=0$.

$$0 = \frac{B(T_e - T_w)}{2x} - C(u - u^*) \quad (17a)$$

$$0 = \frac{u}{2x}(\bar{T} - T_e) - A(T_w - T^*) \quad (17b)$$

$$0 = \frac{u}{2x}(T_w - \bar{T}) - A(T_e - T^*) \quad (6-17c)$$

From (17b) + (17c) we have

$$0 = \frac{u}{2x}(-T_e) - A(T_w - T^*) + (\frac{u}{2x}T_w - A(T_e - T^*))$$

And from (17b)-(17c) $0 = u(T_w + T_e) + 2xA(T_w - T_e)$

Tideous but straightforward calculation yields that from (17a-c)

$$0 = -u^3 - 4x^2A^2u + u^*(u^2 + 4x^2A^2) + T^*\frac{2ABu}{C}$$

The control parameters are u^* and T^* . Finally

$$u^* = \frac{2u^3}{u^2 - 4x^2A^2} = D_1(x)$$

$$T^* = \frac{C}{2AB} \left(3u^2 + 4x^2A^2 - \frac{4u^4}{u^2 - 4x^2A^2} \right) = D_2(x)$$

[6] Götz Gusztáv (2001): *Káosz és prognosztika*. Budapest: OMSz.

[7] Vallis, G. K. (1986): El Nino: A chaotic dynamical system? *Science*. 232. 243–245.

Galéria

Bánsági Kinga és Manzel György fotói (Marokkó)

























